

UNIVERZA V LJUBLJANI
FAKULTETA ZA MATEMATIKO IN FIZIKO
ODDELEK ZA FIZIKO
FIZIKA JEDRA IN OSNOVNIH DELCEV

Dominik Vitas

**Uporaba meritve globine interakcije v pozitronski
emisijijski tomografiji s planarnimi detektorji**

Magistrsko delo

MENTOR: doc. dr. Rok Dolenec

Ljubljana, 2025

Zahvala

Zahvaljujem se svojim staršem, bratu in puncu za vso podporo med študijem in pri pisanju zaključnega dela. Posebna zahvala gre tudi mentorju, doc. dr. Roku Dolencu, za vso pomoč, pogovore in strokovno vodenje na področju raziskav PET slikanja.

Uporaba meritve globine interakcije v pozitronski emisijski tomografiji s planarnimi detektorji

IZVLEČEK

V magistrskem delu so bile obravnavane možnosti izboljšav v pozitronski emisijski tomografiji (PET), s poudarkom na povečanju dostopnosti te slikovne metode, skozi zmanjšanje stroškov, kar se je skušalo doseči z načrtovanjem sistemov z manjšo geometrijsko pokritostjo detektorjev. V ta namen je bila izbrana geometrija planarnih detektorjev, ki pa zaradi zmanjšanega prostorskega kota in večjega pomena paralaksnega učinka prinaša določene pomanjkljivosti. Kot možna rešitev teh slabosti je bila prepoznana uporaba informacije o globini interakcije (DOI). Izvedba z obojestranskim odčitavanjem scintilatorskega kristala se je izkazala za najprimernejšo. Predstavljene so bile različne metode za določanje DOI na podlagi časov in števila optičnih fotonov, zaznanih na obeh straneh kristala. Najbolj natančna metoda je bila nato uporabljena za popravek časov detekcije, kar je omogočilo izboljšanje časovne ločljivosti koincidenčnih dogodkov (CTR). Rezultati so pokazali, da uporaba meritve DOI izboljša časovno ločljivost in s tem prispeva k večji natančnosti slike v PET sistemih z obojestranskim odčitavanjem. Na podlagi dobljenih rezultatov je bilo ugotovljeno, da geometrija s planarnimi detektorji in obojestranskim odčitavanjem predstavlja upravičeno alternativo tradicionalnim PET skenerjem.

Ključne besede: pozitronska emisijska tomografija (PET), globina interakcije (DOI), časovna ločljivost koincidencc (CTR), obojestransko odčitavanje, simulacija, planarni detektorji

Use of depth of interaction measurement in flat panel positron emission tomography

ABSTRACT

In this master's thesis, potential improvements in positron emission tomography (PET) were investigated, with an emphasis on increasing the accessibility of this imaging modality through cost reduction. This was pursued by designing systems with reduced geometric detector coverage. To this end, a flat panel detector geometry was selected; however, this approach introduces certain limitations due to the reduced detection solid angle and increased importance of the parallax effect. As a possible solution to these drawbacks, the use of depth of interaction (DOI) information was identified. A double-sided readout of the scintillation crystal was found to be the most suitable implementation. Various methods for DOI estimation were presented, based on the timing and the number of optical photons detected on both sides of the crystal. The most accurate method was then used to correct the detection times, enabling an improvement in the coincidence time resolution (CTR). The results showed that the inclusion of DOI information improves timing resolution and thereby contributes to greater image accuracy in PET systems with double-sided readout. Based on the obtained results, it was concluded that planar detector geometry with double-sided readout represents a justified alternative to conventional PET scanners.

Keywords: Positron emission tomography (PET), Depth-of-interaction (DOI), Coincidence timing resolution (CTR), Dual-ended readout, Simulation, Flat panel

Kazalo

Slike	11
Tabele	13
1 Uvod	15
2 Pozitronska emisijska tomografija	17
2.1 Tomografija	17
2.2 Načela delovanja PET	17
2.3 Meritev	18
2.4 Detektorski modul	19
2.4.1 Scintilatorji	21
2.4.2 Optična sklopitev scintilatorja in fotodetektorja	22
2.4.3 Fotodetektorji	23
2.5 Čas preleta	25
2.6 Kvaliteta slike	26
2.7 Geometrija z manjšo pokritostjo	28
2.7.1 Planarna geometrija	28
3 Meritev globine interakcije	33
3.1 DOI in TOF	33
3.2 Paralaksni učinek	34
3.3 Možni načini izvedbe DOI meritev	34
3.4 DOI iz obojestranskega odčitavanja	37
3.4.1 DOI iz meritve časa detekcije	37
3.4.2 DOI iz števila fotonov	39
4 Simulacije	41
4.1 Simulacijska orodja	41
4.2 Vir žarkov gama	41
4.3 Geometrija	41
4.4 Scintilator	42
4.5 Fotodetektor	47
5 Rezultati	49
5.1 DOI	49
5.2 CTR izboljšave	51
5.2.1 Vpliv SPTR fotodetektorja	54
5.2.2 Upoštevanje DOI pri izračunu CTR	57
5.3 Rezultati simulacije s tanjšim optičnim oknom	57

5.4	Povzetek rezultatov	60
6	Zaključek	65
7	Literatura	67
	Dodatek A Primerjave dimenzij kristala in debeline okna	71
	Dodatek B Celotni rezultati s tanjšim optičnim oknom	75

Slike

2.1	Tomografski problem	18
2.2	Delovanje PET	19
2.3	Detektorski sistem	20
2.4	Polprevodniški detektorji	25
2.5	TOF implementacija	27
2.6	Ploščata geometrija	29
2.7	Predlagan detektor v planarni geometriji	30
2.8	Artefakti rekonstrukcije s pomanjkljivim prostorskim kotom	30
3.1	Gama absorpcija	34
3.2	Paralaksni učinek	35
3.3	Večplastni detektorji	36
3.4	Direktno merjenje DOI	38
3.5	Obojestransko odčitavanje	38
3.6	Shema obojestranskega odčitavanja DOI	38
4.1	Postavitev vira	41
4.2	Izbira dimenzij kristala	43
4.3	Simulacija detektorskega modula	44
4.4	Stranica simulacije detektorskega modula	44
4.5	Simulacija lastnosti scintilatorja	45
4.6	Število fotonov ob absorpciji gama žarka v celoti	46
4.7	PDE fotodetektorja pri različnih valovnih dolžinah fotonov.	47
4.8	Oblika sunka na fotodetektorju	48
5.1	Napake globine brez DOI	50
5.2	DOI iz prvega zaznanega časa	50
5.3	DOI iz drugih časovnih metrik	51
5.4	Razmerja števila fotonov po globini	52
5.5	DOI iz linearno raztegnjenega razmerja	53
5.6	DOI iz funkcija razmerja s prostim parametrom	53
5.7	DOI iz enačbe razlike števila fotonov	54
5.8	CTR iz samo enega fotodetektorja	55
5.9	CTR iz obojestranskega odčitavanja	55
5.10	CTR iz samo enega fotodetektorja s SPTR	56
5.11	CTR iz obojestranskega odčitavanja s SPTR	56
5.12	CTR iz samo enega fotodetektorja z DOI	58
5.13	CTR iz obojestranskega odčitavanja z DOI	58
5.14	CTR iz samo enega fotodetektorja z DOI in SPTR	59
5.15	CTR iz obojestranskega odčitavanja z DOI in SPTR	59

5.16	CTR iz najbližjega fotodetektorja z DOI	60
5.17	Število fotonov ob absorpciji gama žarka v celoti pri simulaciji s tanjšim oknom	61
5.18	DOI iz enačbe razlike števila fotonov pri simulaciji s tanjšim oknom	61
5.19	CTR iz povprečnega časa pri simulaciji s tanjšim oknom	62
5.20	CTR iz prvega časa pri simulaciji s tanjšim oknom z DOI popravki	62
5.21	CTR iz povprečnega časa pri simulaciji s tanjšim oknom z DOI popravki	63
A.1	Razmerja enostranskega odčitavanja	71
A.2	Razmerja obojestranskega odčitavanja	72
A.3	Primerjava zaznanih za obojestransko in enostransko	72
A.4	Primerjava ubežalih za obojestransko in enostransko	73
B.1	DOI iz prvega časa pri simulaciji s tanjšim oknom	75
B.2	DOI iz povprečnega časa pri simulaciji s tanjšim oknom	76
B.3	DOI iz linearno raztegnjenega razmerja pri simulaciji s tanjšim oknom	76
B.4	DOI iz funkcija razmerja s prostim parametrom	77
B.5	CTR iz samo enega fotodetektorja pri simulaciji s tanjšim oknom	77
B.6	CTR iz samo enega fotodetektorja in s SPTR fotodetektorja pri simulaciji s tanjšim oknom	78
B.7	CTR iz prvega časa pri simulaciji s tanjšim oknom	78
B.8	CTR iz samo enega fotodetektorja pri simulaciji s tanjšim oknom in DOI popravki	79
B.9	CTR iz samo enega fotodetektorja in s SPTR fotodetektorja pri simulaciji s tanjšim oknom in DOI popravki	79
B.10	CTR iz časa na najbližjem fotodetektorju pri simulaciji s tanjšim oknom	80

Tabele

2.1	Pogosti radioizotopi	18
2.2	Lastnosti scintilatorjev	22
2.3	Primerjava fotodetektorjev	26
5.1	FWHM DOI iz različnih metod obojestranskega odčitavanja	52
5.2	CTR vseh metod	57

1. Uvod

Pozitronska emisijska tomografija (PET) je sodobna medicinska slikovna tehnika, s katero lahko slikamo presnovne procese in kemične poti v živih organizmih. V nasprotju z rentgenskim slikanjem, ki se uporablja za prikaz gostote tkiv in trdih struktur v telesu, PET omogoča slikanje bioloških funkcij. To dosežemo z vbrizgavanjem radioaktivno označenih molekul, imenovanih radiosledilci (angl. *radiotracer*), in slikanjem telesa z zaznavanjem gama žarkov, s čimer določimo lego in količino teh molekul. Glede na opazovani proces lahko uporabimo različne radiosledilce.

Čeprav je PET danes trdno uveljavljen kot ena glavnih biomedicinskih slikovnih metod, še vedno ni široko sprejet, predvsem zaradi visokih stroškov. Ti so v veliki meri posledica dragih scintilacijskih kristalov, potrebnih za izgradnjo detektorjev. Zmanjševanje stroškov je zato v središču nekaterih trenutnih raziskav na področju PET. Eden od pristopov k temu je zmanjšanje števila potrebnih detektorskih modulov, kar je mogoče doseči, na primer, z zmanjšanjem geometrijske pokritosti. Sodobni scintilatorji in hitri fotodetektorji z dobro časovno ločljivostjo so omogočili meritve PET s časom preleta (angl. *time-of-flight*, TOF). Takšne meritve omogočajo, da skenerji z omejeno prostorsko pokritostjo dosežejo enako razmerje med signalom in šumom (angl. *signal-to-noise ratio*, SNR), oziroma enako kakovost slike kot tradicionalni skenerji [1].

V naslednjem poglavju bomo pojasnili delovanje PET ter opisali vse ključne procese – od začetka slikanja do nastanka slike. Nato bomo predstavili, kako meritve TOF izboljšajo kakovost slike in kako jih lahko izkoristimo za izboljšanje SNR, oziroma kakovosti rekonstruirane slike. Dodatno se bomo osredotočili na skenerje z manjšo geometrijsko pokritostjo ter razpravljali o prednostih in slabostih, ki jih takšne geometrije prinašajo. Podrobneje bomo predstavili izbrano geometrijo planarnih detektorjev (angl. *flat panel*) in pregledali trenutne raziskave, ki temeljijo na tem pristopu. V tretjem poglavju bomo konceptualno predstavili meritev globine interakcije (angl. *depth of interaction*, DOI), ki dodatno izboljša rezultate meritev v geometriji planarnih detektorjev. Pojasnili bomo, kako takšna meritev prispeva k boljšim rezultatom in kako jo je mogoče izkoristiti za izboljšanje natančnosti meritev časa koincidence (angl. *coincidence time resolution*, CTR) ter prostorske ločljivosti detektorjev. Predstavili bomo nekatere možne pristope k merjenju DOI in podrobneje obravnavali implementacijo z obojestranskimi detektorskimi moduli. V nadaljevanju bomo prikazali simulacije uporabe detektorskih modulov z obojestranskim odčitavanjem, izvedene z Monte-Carlo simulacijskimi orodji. Primerjali bomo različne metode določanja DOI in CTR ter analizirali dosežene rezultate.

2. Pozitronska emisijska tomografija

Preden začnemo razpravljati o izboljšavah pozitronske emisijske tomografije (PET), moramo najprej razumeti, kaj pravzaprav ta tehnika pomeni. Kot že nakazuje ime, je PET vrsta tomografije. V uvodu smo na kratko omenili, da PET meri določene procese v telesu, toda kako ta postopek pravzaprav deluje? V tem poglavju bomo najprej pojasnili, kaj pomeni tomografija, nato pa razložili pojem pozitronske emisije in združili oba koncepta. Po vpeljavi osnovnih pojmov bomo predstavili potek meritev in uporabljene detektorje. Nato pa se bomo lotili bolj naprednih konceptov, ter predstavili netradicionalne geometrije PET skenerjev.

2.1 Tomografija

Čeprav pri omembi tomografije najprej pomislimo na rentgensko računalniško tomografijo, je kljub temu smiselno najprej predstaviti osnove, saj se pri PET uporabljajo podobni rekonstrukcijski algoritmi [2].

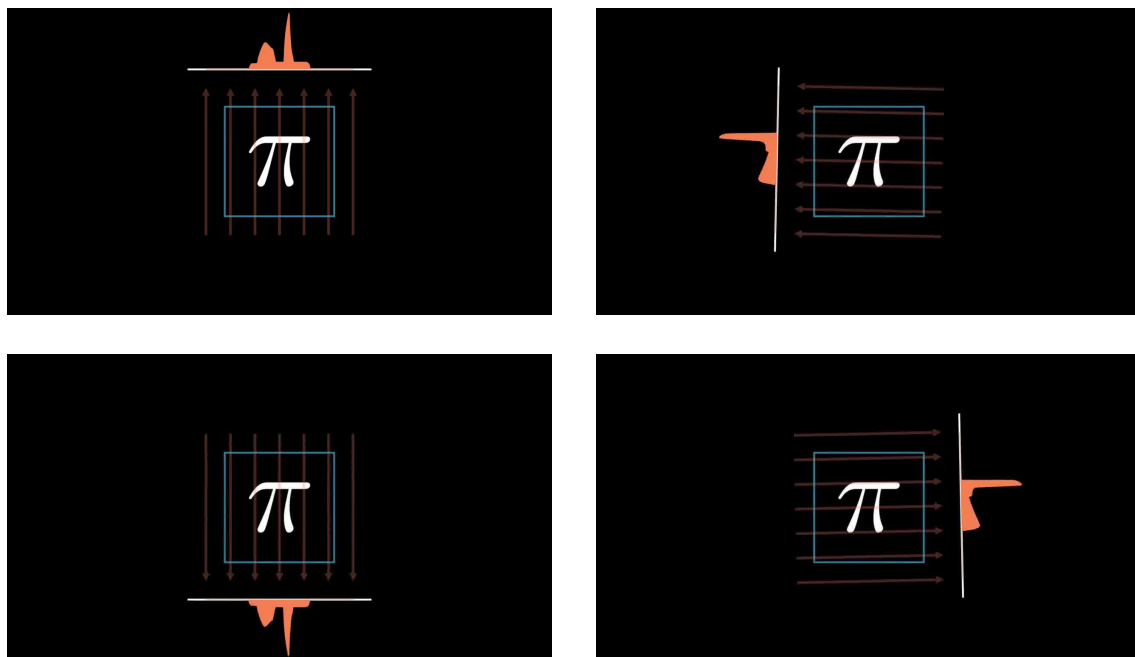
Strogo gledano je tomografija slikanje po rezinah. Izdelava slik iz teh rezin temelji na matematičnem postopku, imenovanem tomografska rekonstrukcija. Tomografski merilni postopek pri danem kotu poda projekcijo objekta, sestavljeno iz niza linijskih integralov. Cilj je rekonstruirati oceno objekta iz končnega števila projekcij, kar predstavlja večdimenzionalni inverzni problem, prikazan na sliki 2.1.

Za reševanje tega problema se uporabljajo različni rekonstrukcijski algoritmi, kot so filtrirana povratna projekcija (FBP) ter iterativna pristopa SART (angl. *Simultaneous Algebraic Reconstruction Technique*) in MLEM (angl. *Maximum-Likelihood Expectation-Maximization*).

2.2 Načela delovanja PET

Kot smo že omenili, se pri PET slikanju uporabljajo radiosledilci. Ti so kemično spremenjene molekule, analogne običajnim biološkim molekulam, kot so glukoza ali beljakovine. Zamenjava enega izmed atomov z radioizotopom, proizvedenim v ciklotronu, omogoča sledenje molekuli v telesu. Pogosto uporabljeni izotopi vključujejo ^{18}F , ^{13}N in ^{11}C , katerih lastnosti so prikazane v tabeli 2.1.

Za radiosledilec, podoben glukozi, se uporablja ^{18}F , ki nadomesti atom kisika ^{16}O in tvori ^{18}F -fluorodeoksiglukoza (FDG). FDG odraža raven celičnega metabolizma in je pogosto uporabljen v onkoloških preiskavah. Podobno obstaja široka paleta radiosledilcev za slikanje različnih bioloških procesov [4].



Slika 2.1: Vizualizacija projekcij, potrebnih za tomografsko rekonstrukcijo. Soočamo se z inverznim problemom, kjer je treba sliko v modrem okvirju rekonstruirati iz informacij dobljenih s slikanjem (prikazano oranžno). Povzeto po [3].

Ker radioizotopi niso stabilni, razpadajo preko različnih vrst radioaktivnega razpada. Pri PET uporabljamo radioizotope, ki razpadajo z oddajanjem pozitrona, oziroma z razpadom β^+ (${}^A_ZX \rightarrow {}^A_{Z-1}X + e^+ + \nu_e$). Po kratki poti (približno 1 mm) se pozitron anihilira z elektronom, pri čemer nastaneta dva nasprotno usmerjena žarka gama z energijo enako masi elektrona 511 keV. Če do anihilacije pride v gibanju, žarka nista povsem kolinearna, saj mora njuna skupna gibalna količina ustrezati začetni gibalni količini pozitrona [5].

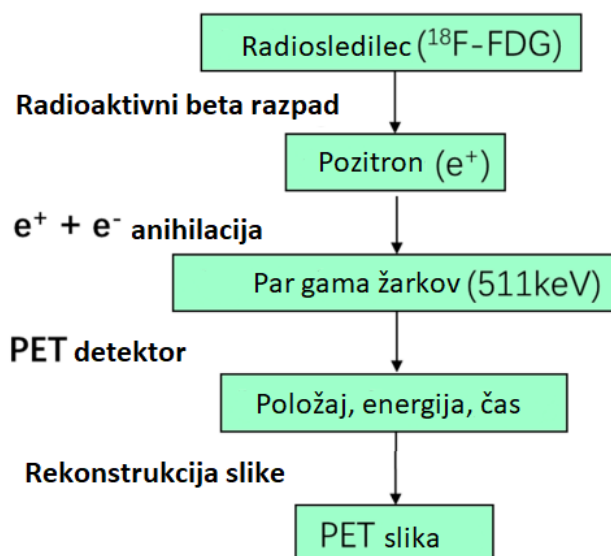
Tabela 2.1: Primerjava nekaj lastnosti pogosto uporabljenih radioizotopov za PET slikanje. Povzeto po [5].

Radioizotop	Razpolovni čas (min)	Delež β^+
${}^{11}\text{C}$	20,4	0,99
${}^{13}\text{N}$	9,96	1
${}^{18}\text{F}$	110	0,97

2.3 Meritev

Ko detektorja zaznata dva žarka gama znotraj določenega časovnega okna, govorimo o koincidencah. Detektorja, ki zaznata žarka, povežemo s črto odziva (angl. *line of response*, LOR), pri čemer sklepamo, da se je anihilacija zgodila nekje na tej črti.

Vsaka zaznana koincidenca vključuje tri ključne informacije: čas zaznave, položaj detektorja ter energijo zaznanega gama žarka. Natančne meritve potrebujemo za



Slika 2.2: Shema procesa PET slikanja: od radiosledilca do rekonstruirane slike. Povzeto po [4].

filtriranje neželenih dogodkov:

- **Sipani dogodki:** Gama žarek se lahko pred zaznavo siplje in spremeni smer, pri čemer izgubi energijo. Če tak žarek gama sodeluje pri koincidenca, določimo napačen LOR.
- **Naključni dogodki:** Dva žarka iz različnih razpadov skoraj hkrati zadeneta detektorja in ustvarita lažno koincidenca.

Cilj rekonstrukcije je iz končnega števila zaznanih pravih koincidenca ustvariti sliko. Celoten potek PET meritev je prikazan na shemi 2.2.

2.4 Detektorski modul

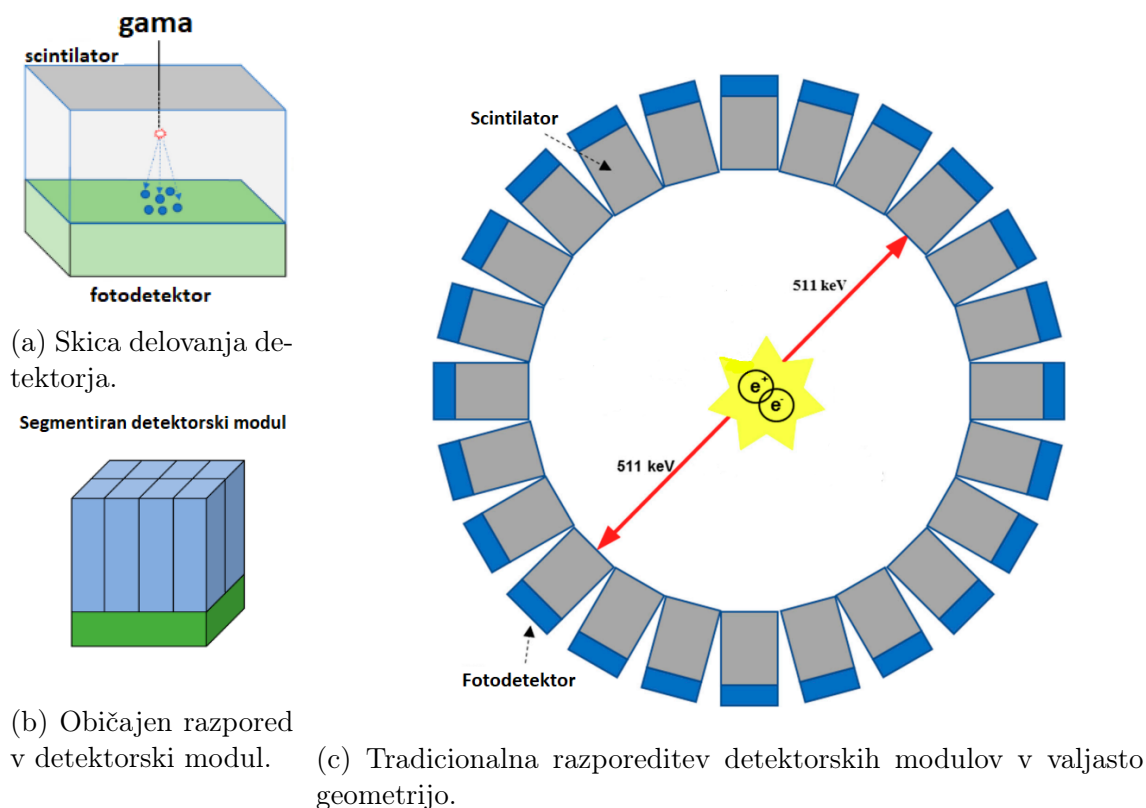
V prejšnjem razdelku smo opisali potek PET meritev od razpada radioizotopa do zaznave žarkov gama. Tukaj pa se osredotočamo na detajlno delovanje detektorskega sistema.

Detektorji v PET skenerju imajo ključno vlogo, saj zagotavljajo natančne informacije o času, položaju in energiji zaznanega dogodka. To vpliva na občutljivost, prostorsko ločljivost ter sposobnost ločevanja pravih od sipanih in naključnih dogodkov. Visoka učinkovitost zaznavanja žarkov gama je bistvena za zagotovitev zadostnega kontrasta slike. Poleg tega morajo biti detektorji zanesljivi, cenovno sprejemljivi, stabilni in mehansko robustni, z nizko porabo energije in možnostjo skaliranja. Ker so nekatere zahteve med seboj v konfliktu, so pogosto potrebni kompromisi. Na primer, detektor z visoko prostorsko ločljivostjo morda ne omogoča dobre časovne ločljivosti [6].

Poglavje 2. Pozitronska emisijska tomografija

Osnovna enota detekcije v PET skenerjih je scintilatorski detektor, sestavljen iz gostega scintilatorja, povezanega s fotodetektorjem. Scintilatorski kristal pretvori energijo žarka gama v vidno svetlobo, fotodetektor pa nato svetlobni signal pretvori v električni. Osnovni princip je prikazan na sliki 2.3a.

Najpogosteje se uporabljajo segmentirani detektorji, kjer je vsakemu detektorju pritrjena mreža scintilatorskih kristalov. Ti skupaj tvorijo en detektorski modul (glej sliko 2.3b). Moduli so nato razporejeni v želeno geometrijo; najpogosteje v cilindrični geometriji, kot prikazano na sliki 2.3c.



Slika 2.3: Ilustracije detektorskega sistema pri PET. Povzeto po [4].

2.4.1 Scintilatorji

Izbira scintilatorjev temelji na nekaj ključnih lastnostih. Kot smo že omenili, želimo čim večji izkoristek detekcije žarkov gama in dobro časovno ločljivost ob njihovem prihodu. Za razumevanje izbire materiala si oglejmo, s katerimi procesi žarek gama interagira v snovi.

Žarki gama pri prehodu skozi snov izgubljajo energijo zaradi treh glavnih procesov: fotoefekta, Comptonovega sipanja in tvorbe parov. Slednji nastopi pri energijah žarkov gama večjih od 1.022 MeV, zato ga v kontekstu PET lahko zanemarimo. Opravka imamo torej z dvema procesoma, pri čemer je za naše potrebe ključen fotoefekt, torej popolna absorpcija žarka gama. Intenziteta žarkov gama po globini potovanja v snovi sledi eksponentnemu zakonu:

$$I(x) = I_0 e^{-\mu x}, \quad (2.1)$$

kjer je $I(x)$ intenziteta na globini x , I_0 začetna intenziteta, μ pa atenuacijski koeficient snovi. Linearni atenuacijski koeficient lahko izrazimo z uporabo fizikalnih lastnosti materiala kot:

$$\mu = \rho \cdot \mu_m \quad (2.2)$$

kjer je μ_m masni atenuacijski koeficient (cm^2/g), ρ pa gostota materiala (g/cm^3). Masni atenuacijski koeficient povežemo z vrstnim številom Z materiala:

- **Fotoefekt:** $\mu_m \propto \frac{Z^5}{E_\gamma^3}$
- **Comptonovo sipanje:** $\mu_m \propto \frac{Z}{E_\gamma}$

Vidimo torej, da je za največjo verjetnost zaznave potreben material z visoko gostoto in velikim Z , saj bo tak material ustavil žarek gama v manjši debelini ter imel večjo verjetnost za fotoefekt. Fotoefekt začne prevladovati šele pri $Z > 80$, vendar pa foton, ki doživi Comptonovo sipanje in je nato popolnoma zaustavljen znotraj kristala, še vedno štejemo kot popolno absorpcijo.

Tako smo zadovoljili prvi zahtevi – visok izkoristek detekcije žarkov gama – preostane pa še časovna ločljivost. Idealni scintilator bi v trenutku interakcije žarka gama izseval neskončno kratek blisk fotonov v vidnem spektru. V realnosti opazimo dva značilna časovna parametra: čas naraščanja (angl. *rise time*, τ_{rise}), ki opisuje hitrost nastanka bliska, ter razpadni čas (angl. *decay time*, τ_{decay}), ki določa trajanje bliska oziroma deekscitacije scintilatorja. Skoraj vedno je čas naraščanja nekaj redov velikosti krajši od razpadnega časa, zato je slednji glavni omejitveni dejavnik časovne ločljivosti.

Zahtevane lastnosti scintilatorjev so naslednje [7]:

- **Gost material z velikim Z :** omogoča večjo verjetnost ustavitve žarka gama in višji delež fotoefekta.
- **Hitra emisija scintilacijske svetlobe:** omogoča natančno določanje časa interakcije žarka gama.

- **Visok svetlobni pridelek (angl. *light yield*):** več scintilacijskih fotonov na dogodek pomeni močnejši signal, kar olajša detekcijo in ločevanje od šuma. Večje število fotonov prav tako pripomore k določanju DOI.
- **Visoka energijska ločljivost:** omogoča natančnejšo izbiro koincidenčnih dogodkov; energijska ločljivost je neposredno povezana s svetlobnim pridelkom.
- **Dobra mehanska in kemijska stabilnost:** olajša obdelavo in rokovanje ter zagotavlja dolgo življenjsko dobo, kar je tudi razlog za priljubljenost anorganskih kristalov.

Lastnosti različnih scintilatorjev so prikazane v tabeli 2.2. Za uporabo v PET je bil zgodovinsko prvi pogosto uporabljen NaI(Tl), vendar so ga postopoma nadomestili gostejši materiali z višjim vrstnim številom. Obetaven material je bil BGO (od 1970 dalje), njegova glavna pomanjkljivost pa je dolg τ_{decay} . BaF₂ je eden najhitrejših scintilatorjev, a se redko uporablja zaradi nizkega pridelka fotonov, ki so v UV delu spektra, kjer jih je še težje zaznati. Trenutno sta najpogostejše uporabljena moderna scintilatorja LSO in LYSO, ki nudita najboljšo kombinacijo lastnosti za PET [6].

Tabela 2.2: Primerjava fizikalnih (zgoraj) in detekcijskih (spodaj) lastnosti nekaj izbranih scintilatorjev. μ je linearni atenuacijski koeficient pri PET, n je lomni količnik, λ je valovna dolžina nastalih scintilacijskih fotonov. Povzeto po [6] in [7].

Scintilator	Formula	Gostota ρ (g/cm ³)	Z_{eff}	$\frac{1}{\mu}$ (cm)	n
NaI(Tl)	NaI:Tl	3,7	50	-	1,85
BaF ₂	BaF ₂	4,9	54	-	1,49
BGO	Bi ₄ Ge ₃ O ₁₂	7,1	75	1,0	2,15
LSO	Lu ₂ SiO ₅ :Ce	7,4	66	1,15	1,82
LYSO	Lu _{1.8} Y _{0.2} SiO ₅ :Ce	7,1	65	1,2	1,82

Scintilator	τ_{rise} (ns)	τ_{decay} (ns)	Valovna dolžina λ (nm)	Pridelek (keV ⁻¹)
NaI(Tl)	0,5	230	415	~38
BaF ₂	-	0,8	220	~ 1,3
BGO	0,8	300	480	~8
LSO	0,1	40	420	~32
LYSO	0,1	36	420	~33

2.4.2 Optična sklopitev scintilatorja in fotodetektorja

Idealno bi bilo, če bi vsi fotoni, nastali v scintilatorju, dosegli fotodetektor. V praksi to ni izvedljivo. Scintilatorski kristal ni neposredno povezan s fotodetektorjem. Za zmanjšanje izgub zaradi odboja na robovih kristala in izboljšanje prenosa svetlobe uporabimo plast za optično sklopitev – običajno optično mast na osnovi silicija, ki

ima lomni količnik $n \approx 1,5$.

Zaradi razlike med lomnim količnikom kristala in okna pride do delnega odboja, ki ga opišemo z enačbo:

$$R = \left(\frac{n_1 - n_2}{n_1 + n_2} \right)^2. \quad (2.3)$$

Za primer sklopitve LSO s kremenovim oknom, kjer je $n_1 = 1,82$ in $n_2 = 1,5$, dobimo:

$$R = \left(\frac{0,32}{3,32} \right)^2 \approx 0,01, \quad (2.4)$$

kar pomeni, da se odbije približno 1 % fotonov.

Še večji vpliv na svetlobne izgube pa imajo fotoni, ki na optično okno vpadajo pod kotom, večjim od kritičnega kota popolnega odboja θ_c , ki ga izračunamo z:

$$\theta_c = \arcsin \left(\frac{n_2}{n_1} \right). \quad (2.5)$$

Enačba velja pri prehodu iz materiala z večjim v material z manjšim lomnim količnikom ($n_1 > n_2$). Za LSO in kremen je to:

$$\theta_c = \arcsin \left(\frac{1,5}{1,82} \right) \approx 55^\circ, \quad (2.6)$$

kar pomeni, da so vsi fotoni, ki vpadajo pod večjim kotom, popolnoma odbiti in ujeti v kristalu. Po številnih odbojih doživijo absorpcijske izgube; takih fotonov je lahko več kot 60 % [8]. Za zmanjšanje izgub zaradi popolnega odboja se okoli kristala ovije difuzni reflektorski trak (npr. Teflonski trak) ali pa se površina kristala grobo obrusi, kar povzroči difuzni odboj svetlobe na stranicah kristala in poveča verjetnost izstopa fotonov proti detektorju.

2.4.3 Fotodetektorji

V raziskovalnih in komercialnih PET-sistemih se običajno uporabljajo štiri vrste fotodetektorjev: fotopomnoževalke (angl. *photomultiplier tubes*, PMT), plazovne fotodiode (angl. *avalanche photodiodes*, APD), silicijeve fotopomnoževalke (angl. *silicon photomultipliers*, SiPM) ter detektorji na osnovi kadmij-cink-telurida (angl. *cadmium zinc telluride detectors*, CZT). Za razliko od prvih treh senzorjev, ki potrebujejo scintilator za pretvorbo visoko energijskega žarka gama v nizko energijsko vidno svetlobo, lahko CZT-detektorji neposredno ustvarjajo elektronski signal iz žarka gama [4]. Tovrstni detektorji so sicer vzbudili nekaj zanimanja, vendar se trenutno v praksi večinoma še vedno uporabljajo scintilatorski detektorski moduli. Zato se bomo v nadaljevanju omejili zgolj na te.

Zgodovinsko so se za PET-detektorje najprej uporabljale fotopomnoževalke. Delujejo tako, da imajo fotokatodno okno, iz katerega vpadni foton izbije primarni elektron. V vakuumski cevi se ta zaradi visoke napetosti pospeši in trči ob dinodo, kjer izbije več sekundarnih elektronov. Novo nastali elektroni so nato pospešeni do naslednje dinode in proces se ponavlja. Na ta način dosežemo veliko ojačanje signala, nizek šum, dobro časovno ločljivost in visok kvantni izkoristek. Kljub tem prednostim imajo PMT tudi nekaj pomanjkljivosti: so veliki, krhki, občutljivi na mehanske

in elektromagnetne motnje ter zahtevajo visoke napajalne napetosti. Zaradi teh slabosti so jih za potrebe PET nadomestili sodobnejši polprevodniški detektorji, kot sta APD in SiPM.

Polprevodniški fotodetektorji

Lastnosti polprevodniških detektorjev olajšajo uporabo v različnih geometrijskih konfiguracijah, npr. v planarni geometriji. Zagotavljajo dobro časovno ločljivost za meritve časa preleta ter omogočajo meritve DOI.

Polprevodniške diode ustvarimo z dodajanjem nečistoč v polprevodniške materiale IV. skupine periodnega sistema, običajno silicij ali germanij. Glede na vrsto nečistoče ustvarimo bodisi polprevodnik tipa p (dopiran z elementi III. skupine) bodisi tipa n (dopiran z elementi V. skupine). Z dodajanjem nečistoč povečamo prevodnost polprevodnika, saj dodamo proste nosilce naboja – elektrone (n-tip) ali vrzeli (p-tip). Z združitvijo obeh tipov ustvarimo p-n stik. Prosti nosilci naboja se zaradi difuzije premikajo, kar ustvari izpraznjeno območje, v katerem nastane električni potencial, ki zavira nadaljnjo difuzijo večinskih nosilcev naboja.

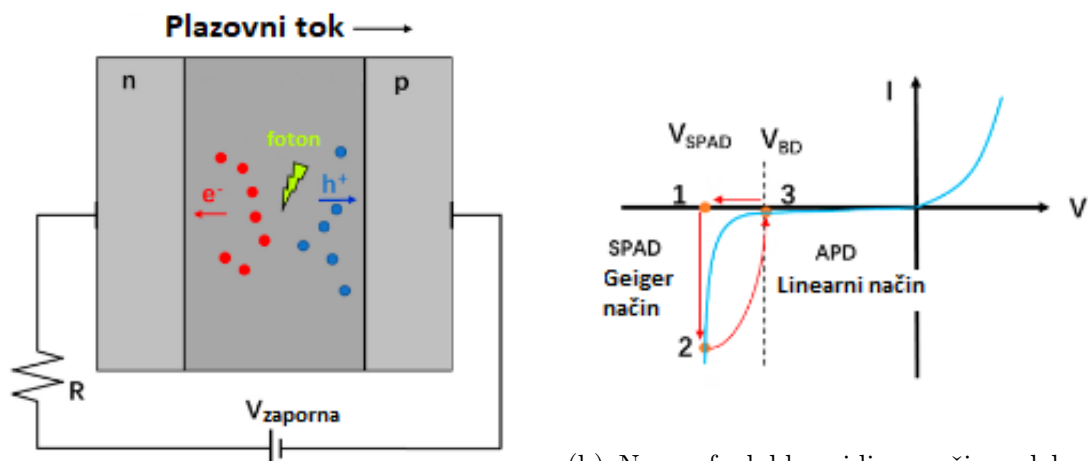
Ob vpadnem fotonu v izpraznjeno območje se ustvari par elektron–vrzel, ki se zaradi električnega polja ločita in potujeta proti nasprotnima elektrodama. Gibanje teh nosilcev ustvarja električni signal. Strukturo p-n stika lahko vidimo na sliki 2.4a. Ker je območje zaznavanja edino izpraznjeno območje, ga v praksi razširimo z dovajanjem napetosti v zaporni smeri.

APD so po zgradbi podobni p-n ali p-i-n fotodiodam, vendar delujejo v plazovnem načinu. Na p-n stik priključimo dovolj veliko zaporno napetost, da foton, ki izbije nosilec naboja, sproži verižno reakcijo. Izbij nosilec naboja se v močnem električnem polju pospeši in z dovolj energije izbija nove pare elektron-vrzel, kar vodi v nastanek plaz. Tako nastane signal, sorazmeren s številom vpadnih fotonov.

SiPM izrablja enak pojav kot APD, vendar v drugačnem režimu. Gre za niz številnih vzporedno vezanih APD, ki delujejo v Geigerjevem načinu (angl. *single-photon avalanche diode*, SPAD). V SPAD na p-n stik priključimo zaporno napetost, ki preseže prebojno napetost (angl. *breakdown voltage*, V_{BD}). V tem načinu je sekundarna tvorba nosilcev naboja samovzdržna, kar pomeni da se že po enem fotogeneriranem nosilcu naboja sproži plaz. Na sliki 2.4b je prikazan princip delovanja SPAD v primerjavi z APD. Pred preletom fotona je SPAD v izklopljenem stanju (1). Ob prožilnem dogodku preide v vklopljeno stanje z visokim tokom (2). Sproženi plaz povzroči zmanjšanje napetosti pod prebojno napetost in plaz ugasne (3). Po koncu plaz se SPAD vrne znova v začetno stanje (1). Končni signal iz SiPM je vsota vseh SPAD-celic, sproženih v danem dogodku [4].

Izbira za PET

Z razumevanjem delovanja posameznih fotodetektorjev se lahko osredotočimo na izbiro za potrebe PET. Podobno kot pri scintilatorjih je treba definirati ključne lastnosti želenega fotodetektorja. Radi bi, da bo detektor ob zaznavi fotonov hitro oddal močan elektronski signal. Gre torej za dve ključni lastnosti: časovno ločljivost



(a) Skica p-n stika in osiromašene plasti v kateri lahko zaznavamo fotone.

(b) Na grafu lahko vidimo režime delovanja fotodiod. S številkami 1,2,3 so označena mesta delovanja SPAD.

Slika 2.4: Na sliki (a) vidimo osiromašeno plast p-n stika, na sliki (b) pa napetost za delovanje v linearnem načinu in v Geiger načinu. Povzeto po [4].

in ojačanje. Dodatno so pomembne še naslednje zahteve [4]:

- visoka učinkovitost zaznavanja fotonov (angl. *photon detection efficiency*, PDE),
- nizek temni šum (angl. *dark noise*),
- majhne dimenzije,
- nizka napajalna napetost,
- odpornost na magnetna polja (pomembno za združljivost z magnetno resonanco),
- odpornost na poškodbe zaradi ionizirajočega sevanja (angl. *radiation hardness*),
- nizka cena.

Prej našteje vrste fotodetektorjev so primerjane v tabeli 2.3. Ugotovimo, da najboljšo kombinacijo vseh zaželenih lastnosti – zlasti časovne ločljivosti – ponujajo SiPM-detektorji, ki predstavljajo trenutni standard v sodobnih PET-sistemih. Tako so sodobni detektorski moduli večinoma sestavljeni iz LSO-scintilatorja in SiPM-fotodetektorja, povezanega s hitro elektroniko za zajem signalov.

2.5 Čas preleta

Dva anihilacijska fotona prepotujeta različno dolgo pot od mesta nastanka do detektorjev, zato bosta detektorja dosegla ob nekoliko različnih časih. Zmožnost PET skenerja, da izmeri to časovno razliko, se imenuje PET z meritvijo časa preleta (angl. *time-of-flight PET*, TOF-PET). To dodatno informacijo bi teoretično lahko uporabili za neposredno lokalizacijo mesta anihilacije vzdolž LOR brez potrebe po

Tabela 2.3: Primerjava uporabljenih fotodetektorjev za PET po nekaj uporabnih lastnostih. Povzeto po [4].

Tip detektorja	SiPM	APD	PMT
Časovna ločljivost (FWHM)	< 200 ps	1–2 ns	300–500 ps
Ojačanje	$\sim 10^6$	$\sim 10^2$ – 10^3	$\sim 10^6$ – 10^7
PDE	40–60%	20–30%	20–25%
Temni šum	Visok (odvisen od temperature)	Zmeren	Nizek
Velikost	Majhna (velikosti mm)	Majhna	Velika
Potrebna napetost	30–70 V	100–400 V	500–1500 V
Občutljivost na magnetno polje	Neobčutljiv	Neobčutljiv	Občutljiv
Odpornost na poškodbe sevanja	Visoka	Zmerna	Nizka
Cena izdelave	Nizka	Zmerna	Nizka
Uporabnost v TOF-PET	Odlična	Neuporabna	Dokaj uporabna

tomografski rekonstrukciji, kot je prikazano na sliki 2.5.

Ker svetloba potuje s hitrostjo približno 30 cm/ns, znaša razlika v času prihoda anihilacijskih fotonov približno 30 piko sekund na centimeter razlike v razdalji. Bolj formalno lahko negotovost položaja na LOR zapišemo kot:

$$\Delta x = \frac{c\Delta t}{2}, \quad (2.7)$$

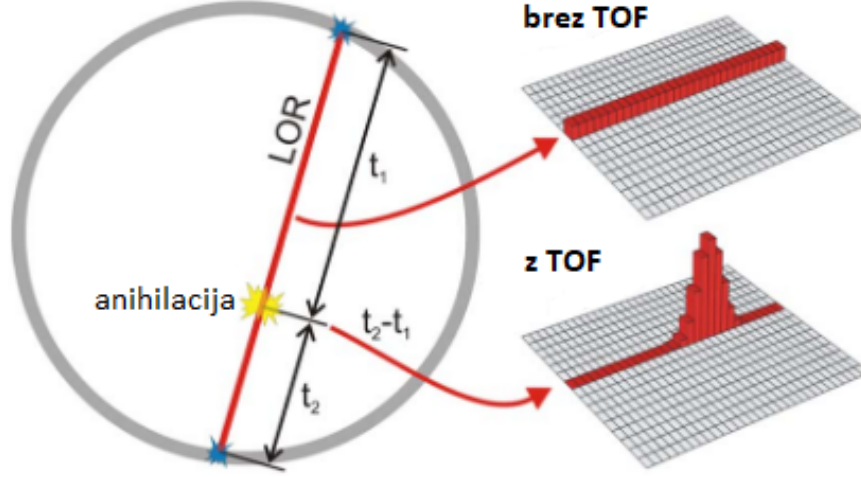
kjer je c hitrost svetlobe v vakuumu, Δt pa časovna ločljivost CTR sistema. CTR označuje sposobnost para detektorjev, da razločita razliko v časih interakcije dveh gama žarkov, zaznanih v koincidencah. Običajna mera CTR je definirana kot polna širina na polovični višini (angl. *full-width-at-half-maximum*, FWHM) porazdelitve časovnih razlik.

Trenutno najboljša ločljivost, ki jo dosegajo komercialni klinični sistemi, znaša približno 200 ps FWHM. Iz zgornje enačbe ugotovimo, da takšni sistemi omogočajo določitev položaja anihilacije vzdolž LOR le z natančnostjo okoli 6 cm. Ker pa za zadovoljivo prostorsko ločljivost PET slike zahtevamo ločljivost 5 mm ali boljše, trenutni detektorji še nimajo dovolj visoke časovne ločljivosti za neposredno lokalizacijo. Kljub temu TOF informacija pripomore k izboljšani rekonstrukciji slike, saj pomaga lokalizirati dogodek in izboljša kakovost slike z zmanjšanjem prispevka naključnih ali sipanih dogodkov [6].

2.6 Kvaliteta slike

Na kratko smo omenili kaj je ustrezna prostorska ločljivost PET slike. To je tudi eden izmed parametrov kvalitete slike, vendar ni edini [9]. Končno PET sliko kvantitativno ocenimo tudi na podlagi drugih parametrov, kot so:

- Razmerje signal-šum (SNR): predstavlja mero jakosti zelenega signala glede na prisoten šum.
- Koeficient povrnitve kontrasta (angl. *contrast recovery coefficient*, CRC): opisuje, kolikšen delež dejanske aktivnosti uspešno zaznamo na rekonstruirani sliki.



Slika 2.5: Lokaliziranje anihilacije na LOR s pomočjo meritve TOF. Z boljšo ločljivostjo CTR lahko dosežemo boljšo prostorsko ločljivost zaznane koincidence. Poustvarjeno po [6].

- Razmerje kontrasta in šuma (angl. *contrast-to-noise ratio*, CNR): izraža zaznavnost aktivnosti, definirano kot razmerje med kontrastom slike in šumom.

V nadaljevanju se bomo osredotočili na SNR kot glavni parameter kvalitete slike. Nizek SNR zmanjšuje sposobnost zaznavanja majhnih lokaliziranih koncentracij radiosledilca in natančne kvantifikacije aktivnosti v telesu.

V prvem približku je SNR določen s statistiko štetja zaznanih koincidence, kar je zapisano z:

$$\text{SNR} \propto \sqrt{n}, \quad (2.8)$$

kjer je število zaznanih dogodkov n podano kot:

$$n \approx kAG\epsilon^2T, \quad (2.9)$$

pri čemer je A enakomerno porazdeljena aktivnost radiosledilca, G geometrijska pokritost skenerja, ϵ učinkovitost detekcije fotonov z energijo 511 keV, T čas zbiranja signalov, k pa upošteva sipanje in absorpcijo žarkov gama na poti do detektorjev [1].

Poleg statistike štetja na SNR močno vplivajo tudi naključne in sipane koincidence. Z uporabo TOF lahko zmanjšamo njihov prispevek, s čimer izboljšamo SNR. Razmerje med SNR in časovno ločljivostjo Δt je podano kot:

$$\text{SNR} \propto \sqrt{\frac{D}{\Delta t}}, \quad (2.10)$$

kjer je D premer objekta, ki ga slikamo.

Z združitvijo enačb 2.9 in 2.10 dobimo pričakovan SNR slike kot:

$$\text{SNR} \approx \sqrt{\frac{k'AG\epsilon^2T}{\Delta t}}, \quad (2.11)$$

kjer konstanta k' združuje vse ostale faktorje, tako faktorje povezane z rekonstrukcijskimi algoritmi kot tudi morebitne korekcije meritev.

Iz končne zveze lahko torej vidimo, da če želimo povečati SNR, lahko: povečamo dozo radiosledilca A , podaljšamo čas zbiranja T , izboljšamo geometrijsko pokritost G , povečamo detekcijsko učinkovitost ϵ , ali izboljšamo časovno ločljivost Δt . Za medicinsko uporabo pa povečanje aktivnosti ni zaželeno zaradi izpostavljenosti pacienta, prav tako je čas zbiranja že okoli 20 minut in ga ni praktično dodatno podaljševati. Ostane torej optimizacija faktorjev G , ϵ in Δt . To razmerje upravičuje nadaljnjo diskusijo o zmanjševanju geometrijske pokritosti kot učinkovitemu načinu za znižanje stroškov, o čemer bomo več govorili v naslednjem poglavju. Z zmanjšanjem G in hkratnim zmanjšanjem Δt lahko SNR ostane nespremenjen [1].

2.7 Geometrija z manjšo pokritostjo

Kot smo omenili že prej, so detektorski moduli tradicionalno razporejeni v cilindrični geometriji. Pokazali smo tudi, da dodatne informacije iz meritev TOF omogočajo zmanjšano pokritost prostorskega kota brez žrtvovanja kakovosti slike. V tem poglavju bomo predstavili prednosti in slabosti ne tradicionalnih geometrijskih razporeditev detektorjev ter podrobneje obravnavali geometrijo ploščatih detektorjev.

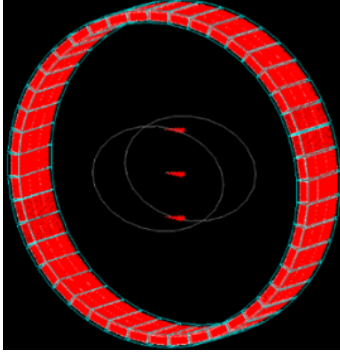
Zakaj sploh govorimo o zmanjševanju geometrijske pokritosti? Kot omenjeno v uvodu, je ena glavnih omejitev PET tehnologije njena cena, ki je v veliki meri posledica velike količine dragih scintilatorskih kristalov. Najenostavnejši način za znižanje stroškov je zmanjšanje števila detektorskih modulov. Obstaja več geometrij z zmanjšanim številom modulov, zato govorimo na splošno o ne tradicionalnih geometrijah. Take geometrije so bile predlagane že v zgodnjih fazah razvoja PET, a so šele pred kratkim znova pridobile pozornost, zahvaljujoč izboljšavam časovne ločljivosti TOF. Izvedljivost takšnih geometrij je bila že potrjena v simulacijskih in eksperimentalnih študijah [10].

2.7.1 Planarna geometrija

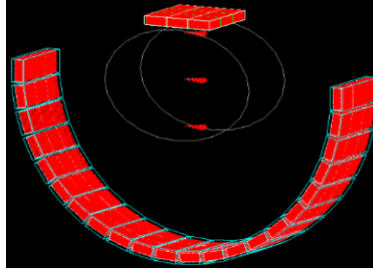
Ena izmed najbolj obetavnih in trenutno popularnih geometrij je geometrija ploščatih detektorjev, kateri bomo namenili več pozornosti. V tej geometriji je sistem obročastih detektorjev PET nadomeščen z enim ali več parov ploščatih detektorjev (panelov), kot je prikazano na slikah 2.6 in 2.7 [9].

Prednosti planarne geometrije so številne:

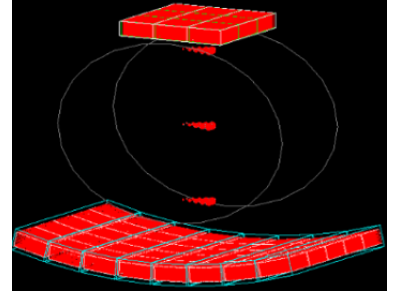
- **Zmanjšanje stroškov:** Potrebni so manj detektorski elementi, kar neposredno zmanjša stroške materiala in proizvodnje zaradi enostavnejše zasnove.
- **Modularnost:** Manjši, bolj mobilni in lažje premakljivi detektorski sistemi.
- **Prilagodljivo vidno polje:** Možnost prilagoditve velikosti plošč glede na namen uporabe.
- **Odprtost sistema:** Sistem dveh plošč ni v celoti zaprt, kar omogoča intraoperativno uporabo in uporabo pri radioterapiji.



(a) Tradicionalna valjasta geometrija.



(b) Zgornja polovica tradicionalne geometrije zamenjana s ploščatim detektorjem.



(c) Valj v celoti zamenjan z dvema ploščatima detektorjema.

Slika 2.6: Simulacijska vizualizacija PET geometrije s tradicionalnim valjastim sistemom (a), detektorjem z enim ploščatim detektorjem in polkrogom (b) in ploščatimi detektorji (c). Detektorski moduli so prikazani z rdečo, slikan objekt pa s sivo črto za primerjavo velikosti. Povzeto iz [9].

- **Nastavljivost:** Razdalja in naklon plošč se lahko prilagajata za bolj personalizirano slikanje.

Seveda pa te prednosti prinašajo tudi nekatere slabosti. Zaradi manjše pokritosti prostorskega kota je občutljivost sistema nižja, saj več gama žarkov uide detekciji. Za ponazoritev si zamislimo poenostavljen model tradicionalnega PET skenerja kot valj s polmerom R in dolžino L , pri čemer je objekt postavljen na sredino osi valja. Če okoli objekta narišemo kroglo s polmerom R , ki predstavlja izotropno izsevane žarke gama, lahko izračunamo delež pokritega prostorskega kota. Celoten prostorski kot je sorazmeren s površino krogle, pokriti kot pa s stransko površino valja. Tako občutljivost ocenimo kot:

$$\text{občutljivost} \propto \frac{2\pi RL}{4\pi R^2} = \frac{L}{2R}. \quad (2.12)$$

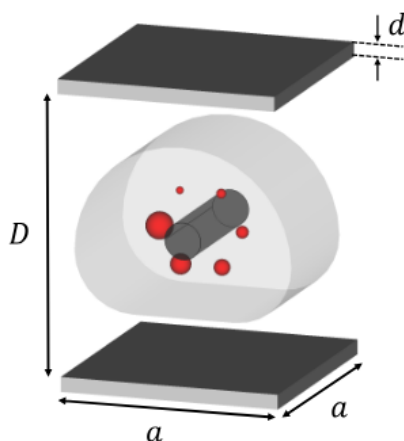
Za ploščate detektorje v približku za velike razdalje si lahko predstavljamo, da dva kvadratna panela s stranico a pokrivata površino krogle kot:

$$\text{občutljivost} \propto \frac{a^2}{R^2}, \quad (2.13)$$

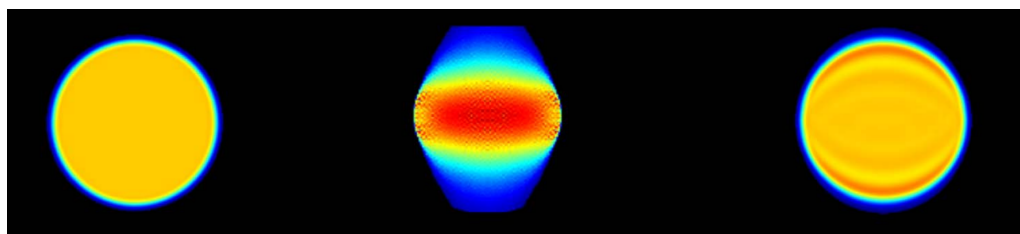
kar pomeni, da občutljivost kvadratno pada z razdaljo med ploščama. Ta prvi približek je potrebno dopolniti, saj kot lahko vidimo iz slike 2.6, imamo možnost ploščate detektorje premakniti bližje slikanemu objektu oziroma telesu, zato končna izguba občutljivosti oziroma izguba pokritosti prostorskega kota ni tako drastična. Bolj natančna ocena temelji na izrazu [11]:

$$\text{občutljivost} \propto 8 \arctan \left(\frac{a^2}{R\sqrt{4R^2 + a^2}} \right). \quad (2.14)$$

Za model s ploščama dimenzij $a = 30$ cm, razmakanjenima 40 cm, dobimo po enačbi 2.14 pokritost $\sim 14\%$, v primerjavi s primerljivim tradicionalnim PET skenerjem ($R = 39$ cm, $L = 26$ cm), kjer po enačbi 2.12 dobimo $\sim 33\%$ pokritost. Z dvema planarnima detektorjema torej žrtvujemo več kot polovico prostorskega kota,



Slika 2.7: Predlagan detektor v planarni geometriji uporabljen v simulacijski študiji [12] z dimenzijami stranic $a = 30$ cm in razdaljo med detektorjema $D = 40$ cm.



Slika 2.8: Slika prikazuje pomembnost TOF informacije v PET s planarnimi detektorji: slika rekonstruirana s tradicionalnim detektorjem in brez TOF (levo), slika s ploščatimi detektorji brez TOF informacij (sredina) in slika s ploščatimi detektorji ob upoštevanju TOF informacije (desno). Povzeto iz [13]

medtem ko s štirimi planarnimi detektorji ohranimo primerljivo občutljivost [12].

Manjša kotna pokritost ne povzroča le manjše občutljivosti, zaradi zmanjšanega končnega števila zaznanih žarkov gama, ampak vodi tudi do artefaktov v rekonstruirani sliki, ker detektorji ne morejo dobiti LOR iz vseh kotov okoli slikanega objekta. To je prikazano na sliki 2.8. Artefakte lahko reguliramo z uporabo TOF informacij, kar je razvidno na sliki 2.8 (desno). Zato je pri planarni geometriji dobra časovna ločljivost TOF ključnega pomena [9], [13].

Planarna geometrija torej omogoča znatne prihranke pri stroških, vendar zahteva vrhunsko časovno ločljivost, da se ohrani kakovost slike. Tehnični izzivi pri takšnih sistemih ostajajo predmet intenzivnih raziskav.

Simulacijske študije

V simulacijski študiji [12] so ocenjevali učinkovitost PET sistema z omejeno kotno pokritostjo — z dvema ali štirimi planarnimi detektorji. In sicer s kristali dolžine 5–20 mm. Pri simulirani CTR ločljivosti 50 ps FWHM so ugotovili, da takšen CTR uspešno kompenzira nižjo občutljivost. Pri dveh ploščatih detektorjih in dolgih kristalih se je pojavila degradacija prostorske ločljivosti zaradi paralakse, medtem

ko je konfiguracija s štirimi paneli dosegla primerljive rezultate kot najsodobnejši klinični sistemi.

Eksperimentalne študije

V eksperimentalni raziskavi [9] so preizkusili uporabnost planarne geometrije z detektorji s kristali dolžine 20 mm in CTR zmogljivostjo 271 ps FWHM. Kljub relativno slabši časovni ločljivosti so rekonstruirane slike imele zadovoljivo kakovost, kar potrjuje uporabnost TOF pri nadomeščanju manjkajočih kotov.

3. Meritev globine interakcije

Obetavne rezultate študij planarnih geometrij v PET si želimo dodatno izboljšati z meritvijo globine interakcije (DOI). Kot smo že ugotovili, moramo za doseg ustreznih zavorne moči scintilatorja oziroma dovolj velike verjetnosti, da scintilator ustavi žarek gama, uporabiti zadostno debelino. Običajno so zato scintilatorski kristali dolgi 20 mm, kar zagotavlja približno 80 % verjetnost, da bo žarek gama ustavljen v kristalu. Zaradi končne debeline pa se porodi nedoločenost lokacije interakcije žarka gama v kristalu. Ta nedoločenost povzroča težave, kot sta poslabšanje časovne ločljivosti CTR in prostorske ločljivosti zaradi paralaksnega učinka (angl. *parallax effect*).

3.1 DOI in TOF

Časovna ločljivost se poslabša, ker optični fotoni potujejo počasneje znotraj scintilatorskega kristala kot žarki gama. Ta čas potovanja, skupaj z negotovostjo globine interakcije žarka gama v kristalu, pomembno vpliva na natančnost določanja TOF in posledično CTR. Negotovost v času potovanja žarka gama zaradi možnih razlik v globinah interakcije prispeva Δt_γ , medtem ko potovanje optičnih fotonov doda $\Delta t_{\text{optični}}$ [8].

Ker se absorpcija žarkov gama lahko zgodi kjerkoli znotraj kristala, je v skrajnem primeru, ko se ena interakcija zgodi na vhodni strani enega kristala, druga pa na skrajnem koncu drugega kristala (glej sliko 3.1), največja možna časovna razlika $\Delta t_\gamma^{\text{max}}$ enaka:

$$\Delta t_\gamma^{\text{max}} = \frac{L}{c} = 67 \text{ ps} \quad (3.1)$$

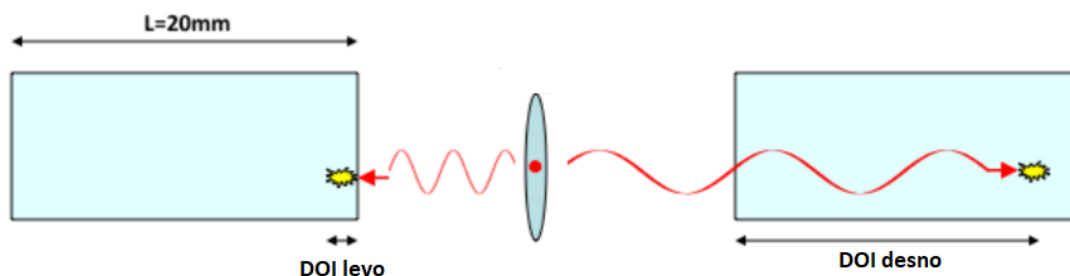
kjer je c hitrost svetlobe in $L = 20$ mm dolžina kristala. Seveda pa največji čas ni najbolj reprezentativna mera. Če predpostavimo Gaussovo porazdelitev okoli ničle, z maksimalnim odstopanjem 67 ps (kar ustreza 6σ), prispevek k časovni ločljivosti FWHM znaša:

$$\text{FWHM} = 2,35\sigma_\gamma = 2,35 \cdot \frac{\Delta t_\gamma^{\text{max}}}{6} = 27 \text{ ps} \quad (3.2)$$

Čas potovanja optičnih fotonov je bolj problematičen, saj ne le da potujejo počasneje, temveč tudi po daljši poti znotraj kristala. Maksimalen čas potovanja za ne ovit kristal bo za njih [8]:

$$\Delta t_{\text{optični}}^{\text{max}} = \frac{2L}{c} \cdot \frac{n_{\text{scintilator}}^3}{n_{\text{detektor}}^2} \quad (3.3)$$

Z upoštevanjem Gaussove porazdelitve dobimo prispevek $\text{FWHM} \approx 127$ ps.



Slika 3.1: Največja možna razdalja v absorpciji dveh koincidenčnih žarkov gama. Povzeto po [8].

Oba prispevka sta odvisna od dolžine kristala, zato bi bilo na prvi pogled smiselno uporabiti krajše kristale. Vendar to povzroči hitro zmanjšanje verjetnosti ustavljanja žarkov gama. Alternativno lahko izboljšamo ločljivost z uporabo sistemov, ki omogočajo meritev DOI [8].

3.2 Paralaksni učinek

Ko anihilacijski žarki gama zadenejo detektorski element pod nepravim kotom – kar se zgodi, ko anihilacija ne poteka na osi sistema – se prostorska ločljivost LOR poslabša. Pri viru blizu središča skenerja je prostorska ločljivost dana z $\Delta x = d/2$, kjer je d širina detektorskega elementa. Če pa je vir izven središča, postane navidezna širina:

$$d' = d \cos \theta + x \sin \theta \quad (3.4)$$

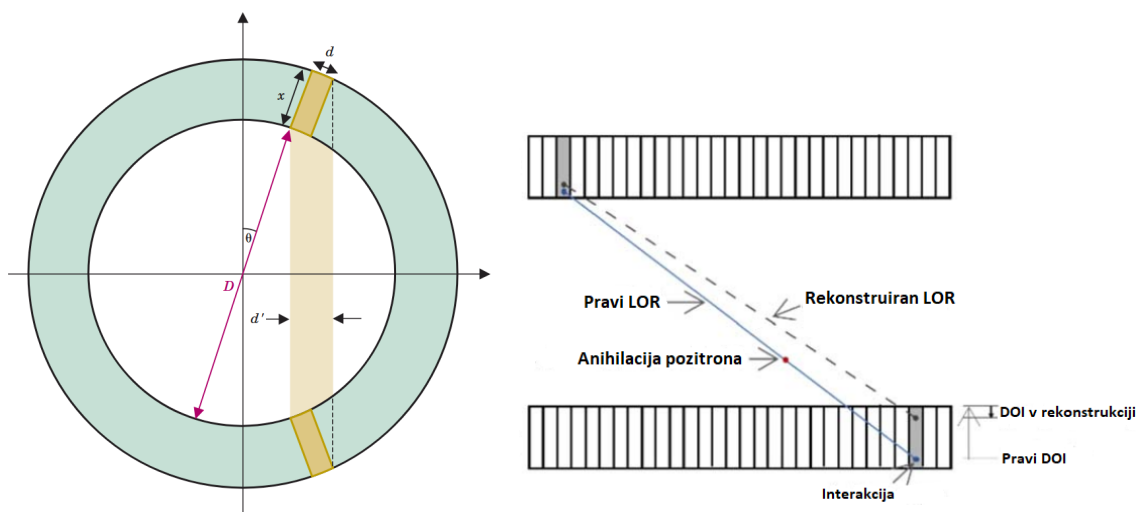
kjer je x dolžina detektorja, θ pa kot glede na os, kot prikazuje slika 3.2a. Paralaksni učinek je posledica pomanjkanja informacij o DOI vzdolž scintilatorja in že dolgo predstavlja izziv za visoko prostorsko ločljivost v PET sistemih [5]. Čeprav je prikazan na tradicionalni cilindrični geometriji, se pojavi tudi pri ploščatih sistemih, kot prikazuje slika 3.2b.

3.3 Možni načini izvedbe DOI meritev

Po opisu težav sistemov brez zmožnosti zaznave DOI si oglejmo še načine, na kakšen način lahko meritev DOI izvedemo oziroma kako jo lahko ocenimo.

Ker je cilj meritve DOI izboljšava kakovosti slike v PET, bi moral idealen detektor z možnostjo informacije DOI zagotavljati dobre meritve brez kakršnega koli poslabšanja drugih zmogljivosti PET skenerjev, zlasti prostorske ločljivosti, občutljivosti in energijske ločljivosti. Radi bi torej detektor, ki v osnovi deluje in izgleda podobno tradicionalnim detektorjem, tako da [15]:

- zagotovi natančno DOI informacijo,
- je uporaben v podobnih geometrijah kot detektorji brez DOI,
- zagotavlja visoko učinkovitost ustavljanja gama žarkov,
- ohranja dobro prostorsko in časovno ločljivost,
- ter ne povzroči bistvenega povečanja stroškov izdelave.



(a) Ilustracija efektivne debeline detektorja zaradi paralaksnega učinka v tradicionalni geometriji. Povzeto po [5].

(b) Ilustracija prikazuje napake določanja LOR zaradi paralaksnega učinka v geometriji s ploščatimi detektorji. Povzeto po [14].

Slika 3.2: Na sliki vidimo napake, ki izhajajo iz pomanjkanja podrobne informacije o DOI v (a) tradicionalni geometriji in (b) geometriji s ploščatimi detektorji.

Z upoštevanjem teh zahtev so bili predlagani štiri pristopi [15]:

- diskretno merjenje DOI z večplastnim detektorjem,
- neposredno merjenje DOI,
- zvezno merjenje DOI z enostranskim odčitavanjem,
- zvezno merjenje DOI z obojestranskim odčitavanjem.

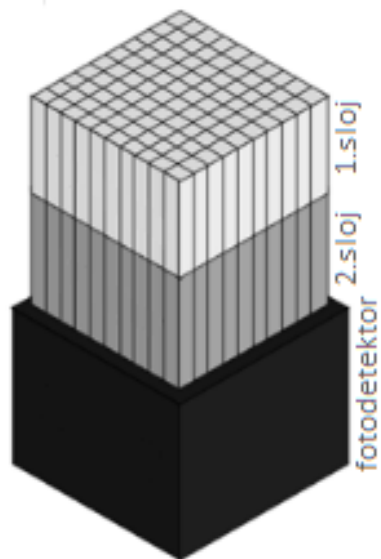
Diskretno merjenje

Diskretno merjenje DOI temelji na večplastni zasnovi scintilatorja – plasti imajo različne čase deekscitacije scintilacijske svetlobe (različni materiali ali primesi), kot prikazuje slika 3.3a. Z detektorji z visoko časovno ločljivostjo lahko ločimo različne oblike pulzov (slika 3.3b). Algoritmi omogočajo zelo dobro ločevanje med plastmi z napako 1–3%. Taka diskretna informacija DOI je omejena s številom plasti, ločljivost pa določa dolžina kristala posamezne plasti [15].

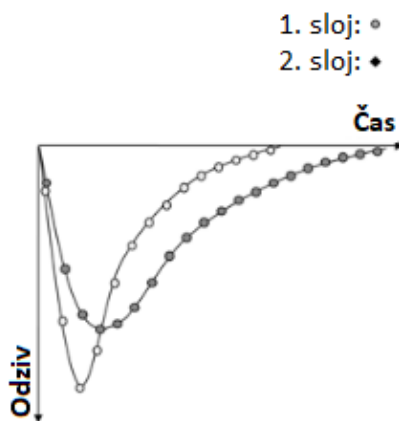
Višje število plasti lahko dosežemo z zamikom plasti (slika 3.3c), kjer izrabljamo tudi prostorsko informacijo – 2D razporeditev sunkov (slika 3.3d). Možno je doseči štiri plasti, kar za 20 mm kristal pomeni ločljivost okoli 5 mm. Poleg tega pa med plastmi pride do izgub svetlobe, zato je končni signal slabši in zaradi uporabe različnih časov deekscitacije ne uporabljamo samo najhitrejših možnih scintilatorjev, kar vpliva na časovno ločljivost [15].

Neposredno merjenje DOI

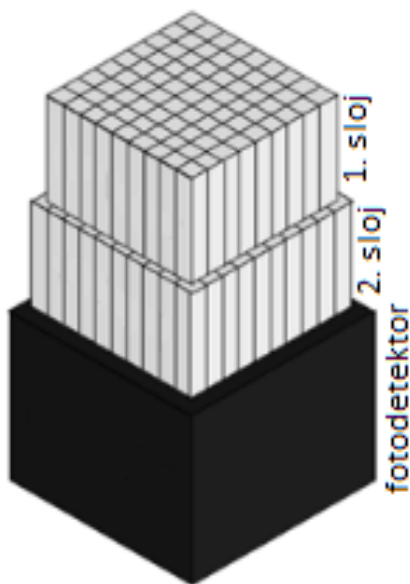
Neposredno merjenje DOI je posebna oblika diskretnega pristopa, kjer vsako plast tvori majhna kristalna matrika z lastnim fotodetektorjem (slika 3.4). Kratki kristali



(a) Najbolj osnoven večplastni pristop.

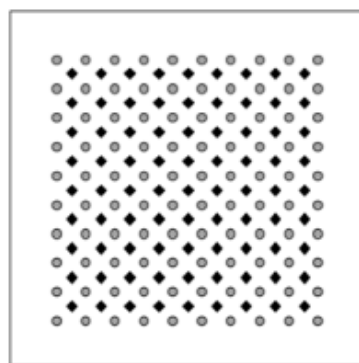


(b) Razlike v oblikah pulzov dveh scintilatorjev.



(c) Večplastni detektor z zamaknjenimi sloji.

1. sloj: ◦
2. sloj: ♦



(d) Prostorska slika zamaknjenih slojev na fotodetektorju.

Slika 3.3: Implementacija diskretne meritve DOI z ločevanjem glede časov deekscitacije scintilatorja. Povzeto po [15].

omogočajo krajše čase potovanja optičnih fotonov, kar zagotavlja dobro časovno ločljivost in učinkovito zbiranje svetlobe. Poleg tega, lahko sestavimo poljubno število plasti in s tem zagotovimo zadostno mero ustavljanja gama žarkov. Vendar pa ta tehnika zahteva zelo tanka vezja in detektorske elemente. Prav tako pa se stroški proizvodnje hitro povečajo s številom slojev [15].

Zvezno merjenje z enostranskim odčitavanjem

Za določanje DOI z enostranskim odčitavanjem je potreben povsem drugačen tip detektorskega modula, kar ga dela manj primerne za klinično uporabo, a kljub temu vrednega omembe. V običajnih izvedbah so scintilatorski kristali razporejeni v matriko in med seboj ločeni z reflektorji, da preprečimo širjenje svetlobe med sosednjimi elementi. Na ta način dosežemo visoko prostorsko ločljivost detektorskega modula. Predlagana izvedba enostranskega odčitavanja pa temelji na enem samem, širokem in debelem scintilatorskem kristalu (monolitnem kristalnem bloku), pritrjenem na matriko fotodetektorjev. Lokacija interakcije se v tem primeru določa v treh dimenzijah. S pomočjo algoritmov lahko iz disperzije optičnih fotonov na poti do fotodetektorjev ocenimo položaj interakcije, vključno z njeno globino.

Zvezno merjenje z obojestranskim odčitavanjem

V izvedbi obojestranskega odčitavanja merimo število fotonov in čas njihovega prihoda na obeh straneh kristala (slika 3.5). Na podlagi razmerja ali časovne razlike nato določimo globino interakcije. V primerjavi z večplastnimi pristopi ta metoda omogoča višjo ločljivost DOI, ni omejena z dimenzijami kristala in zahteva le minimalne prilagoditve obstoječih zasnov. Zaradi minimalnih sprememb pričakujemo, da bo učinkovitost zaustavljanja žarkov gama ostala nespremenjena ter da ne bo prišlo do poslabšanja časovne in prostorske ločljivosti. Slabost tovrstnega pristopa pa je podvojeno število potrebnih fotodetektorjev ter zahteva po tanki elektroniki, s katero zmanjšamo sipanje žarkov [15].

3.4 DOI iz obojestranskega odčitavanja

Pri obojestranskem odčitavanju imamo na enem scintilatorskem kristalu, dva fotodetektorja. Iz vsakega posebej dobimo meritve števila fotonov, oziroma amplitude, in čas detekcije fotonov. S primerno združitvijo meritev lahko določimo odloženo energijo, DOI in CTR žarka gama, kot prikazuje shema na sliki 3.6.

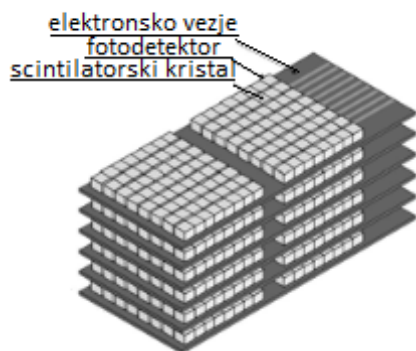
3.4.1 DOI iz meritve časa detekcije

Kot je predlagano v [17], lahko za izračun meritve DOI uporabimo neposredno meritve časa. Ideja temelji na tem, da bodo optični fotoni prej prispeli do fotodetektorja, ki je bližje mestu interakcije. Iz razlike časov zaznave na obeh fotodetektorjih lahko tako rekonstruiramo položaj interakcije.

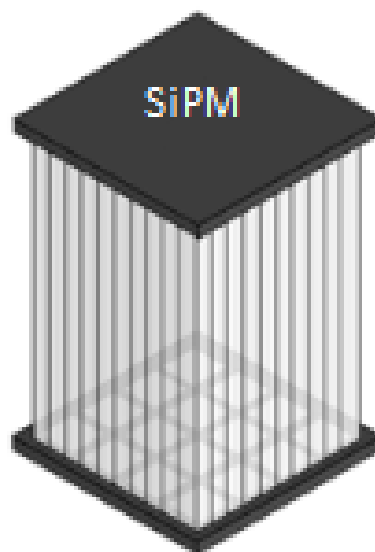
Vendar pa optični fotoni pogosto ne potujejo naravnost proti fotodetektorjema. Pred detekcijo se večkrat odbijejo od sten kristala, zaradi česar se poti in s tem tudi časi njihovega prihoda razlikujejo. Dodatne napake povzročajo tudi nezanesljivost zaznave prvega fotona zaradi PDE ter končna časovna ločljivost fotodetektorja.

Ker želimo doseči negotovost DOI pod 10 mm, mora biti časovna napaka manjša od 60 ps. Enačba za izračun DOI na podlagi časovne razlike je naslednja:

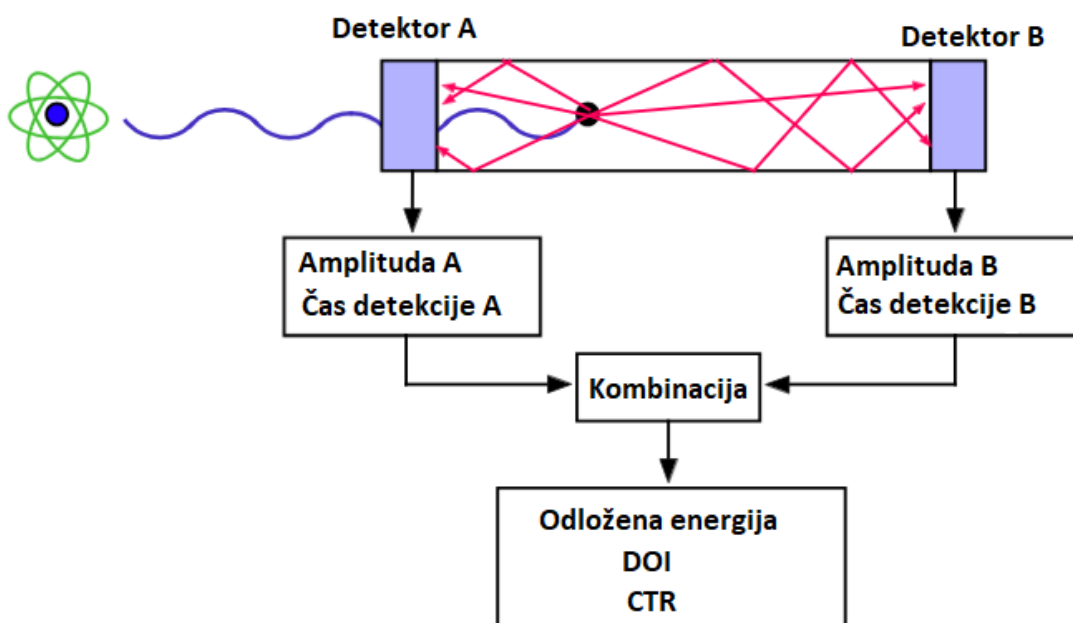
$$Z = \Delta t \cdot \frac{c}{n} + \frac{Z_{\max}}{2}, \quad (3.5)$$



Slika 3.4: Shema direktnega odčitavanja DOI s sloji scintilatorskih kristalov in fotodetektorjev. Povzeto po [15].



Slika 3.5: Ilustracija izvedbe obojestranskega odčitavanja z dvema SiPM fotodetektorjema na matriki scintilatorskih kristalov. Povzeto po [15]



Slika 3.6: Shema obojestranskega odčitavanja. Povzeto po [16].

kjer je Z globina interakcije, Z_{max} dolžina kristala, $\Delta t = t_A - t_B$ časovna razlika zaznave na obeh straneh, c hitrost svetlobe, n pa lomni količnik scintilatorja. Čase t_A in t_B lahko določimo kot čas zaznave prvega fotona, povprečje, mediano ali čas maksimalne amplitude pulza.

3.4.2 DOI iz števila fotonov

Drugi pristop k določanju DOI pri obojestranskem odčitavanju temelji na številu zaznanih fotonov na obeh straneh kristala. Najenostavnejši model temelji na golem razmerju števila fotonov [18]:

$$Z = \frac{N_A}{N_A + N_B} \cdot Z_{max}, \quad (3.6)$$

kjer je N_A število fotonov na fotodetektorju A, N_B na fotodetektorju B, Z pa ocenjen DOI. Razmerje lahko nekoliko obdelamo z:

$$Z = \frac{\ln N_A}{\ln(N_A \cdot N_B)} \cdot Z_{max}. \quad (3.7)$$

Če bi pri interakciji na $Z = 0$ zaznali vse fotone na fotodetektorju A in nobenega na B, bi bile ocene DOI iz teh formul natančne. V praksi pa so razmerja manj ekstremna. Izkaže se, da je vrednost razmerja fotonov zaznanih na fotodetektorju A proti vsem zaznanim fotonom $R_A = \frac{N_A}{N_A + N_B}$ tipično med $R_A^{\min} = 0,2$ in $R_A^{\max} = 0,8$ [18].

Torej ekstremerazmerja lahko linearno skaliramo med vrednosti 0% in 100%, da dobimo uporabno vrednost DOI, kot [19]:

$$Z = \frac{R_A - R_A^{\min}}{R_A^{\max} - R_A^{\min}} \cdot Z_{max}. \quad (3.8)$$

Lahko pa uporabimo tudi funkcijo z enim prostim parametrom x [20]:

$$\begin{aligned} Z &= -Z_{max} \cdot \left(\frac{R_A - x}{2x - 1} \right), \\ Z &= Z_{max} \cdot \left(\frac{R_B - (1 - x)}{2x - 1} \right). \end{aligned} \quad (3.9)$$

Poleg samega razmerja lahko uporabimo tudi razliko med številom fotonov na obeh straneh, normirano z vsoto:

$$Z = a \cdot \left(\frac{N_A - N_B}{N_A + N_B} \right) + b, \quad (3.10)$$

kjer sta a in b prosta parametra [21]. Drug pristop z vključevanjem prostega parametra x je predstavljen v [22]:

$$Z = \frac{Z_{max}}{2} \cdot \left[1 - \frac{1 - x}{x} \cdot \left(\frac{N_A - N_B}{N_A + N_B} \right) \right]. \quad (3.11)$$

4. Simulacije

Cilj simulacije je bil določiti najboljši način merjenja DOI z detektorskim modulom z obojestranskim odčitavanjem ter oceniti, kakšno izboljšavo časovne ločljivosti CTR lahko pridobimo z vključitvijo informacije o DOI. V simulaciji smo se osredotočili na en sam kristal z dvema fotodetektorjema, saj lahko rezultate iz enega kristala ekstrapoliramo na celoten detektorski modul, čeprav bi v realnem sistemu uporabili matriko več kristalov.

4.1 Simulacijska orodja

Meritev DOI in vpliv DOI na CTR smo preučevali s simulacijo po metodi Monte-Carlo. Uporabljena je bila aplikacija GATE [23] različice 8.1, ki temelji na simulacijskem paketu Geant4 [24] in je namenjena simuliranju medicinskega slikanja s PET in SPECT. Nastale datoteke v standardu okolja za analizo podatkov CERN ROOT [25] smo analizirali z uporabo programskega jezika Python in knjižnice Uproot.

4.2 Vir žarkov gama

Vir žarkov gama, postavljen v izhodišče koordinatnega sistema, je v enem dogodku izseval dva kolinearna žarka z energijo 511 keV, usmerjena vzdolž osi x proti dvema koincidenčnima detektorjema. Nekolinearnost izsevanih žarkov, kot posledica anihilacije pozitrona v letu, je bila v tej simulaciji zanemarjena, saj bi žarki pod kotom lahko zgrešili kristale. Nekolinearnost bi bila pomembna zgolj pri preučevanju prostorske ločljivosti celotnega sistema. Postavitev vira in detektorjev je prikazana na sliki 4.1.



Slika 4.1: Vir žarkov gama z rdečo piko na sredini izhodiščnega sistema z dvema koincidenčnima detektorjema v zelenem.

4.3 Geometrija

Najsodobnejši klinični PET-skenerji [12] uporabljajo enostransko odčitavanje s kristali LSO dimenzij $3,2 \text{ mm} \times 3,2 \text{ mm} \times 20 \text{ mm}$. Mreža kristalov je sklopljena s polprevodniškim fotodetektorjem prek optičnega okna, katerega debelina je lahko do 0,5 mm. Optični fotoni lahko pod določenim kotom uidejo skozi stranico optičnega okna. Ti ne bodo zaznani na fotodetektorju, kar nam kvari učinkovitost zaznavanja, poleg tega pa se lahko zmotno štejejo k sosednjim detektorjem.

Za simulacijo ostane dolžina kristala fiksna na 20 mm, širino in višino kristala ter dolžino optičnega okna pa spreminjamo. In sicer mere kristala v intervalu od 2 mm do 2,9 mm po korakih 0,1 mm, dolžine okna pa od 0,01 mm do 1 mm po korakih 0,1 mm. Za ubežale štejemo fotone, ki zapustijo navidezni volumen okoli kristala; zaznani pa so tisti, ki zadenejo fotodetektor. V primeru enostranskega odčitavanja so deleži prikazani na sliki 4.2a, za dvostransko odčitavanje pa na sliki 4.2b. Preostale grafe dimenzij in primerjave lahko vidimo v dodatku A.

Kristala ni smiselno ožati v neskončnost, saj bi to povzročilo praznine v mreži in zmanjšalo verjetnost zaznavanja. Izbrana optimalna velikost kristala je 2,8 mm × 2,8 mm. Največja širina okna je zaradi tehnoloških omejitev pri proizvodnji SiPM določena na 0,5 mm, vendar simuliramo tudi možnost izboljšav z ožjim oknom do 0,1 mm.

Simulirani detektorski moduli imajo torej več elementov in sicer: scintilatorski kristal, Teflonski in reflektorski ovoj, dva SiPM fotodetektorja in dve optični okni iz kremenovega stekla na obeh koncih kristala. Končna postavitev detektorskega modula je prikazana na sliki 4.3a. Primer posamezne interakcije žarka gama je prikazan na sliki 4.3b, povečan pogled ene strani odčitavanja pa na sliki 4.4. Sredini koincidenčnih detektorjev sta razmaknjeni 840 mm.

4.4 Scintilator

Kot v sodobnih kliničnih sistemih [12] smo uporabili LSO scintilator dolžine 20 mm. Atenuacijska dolžina za žarke gama z energijo 511 keV je bila nastavljena na 12 mm, kar pomeni približno 80 % verjetnost absorpcije gama žarka, kot prikazuje enačba 2.1 in slika 4.5a. S prilaganjem funkcije $ae^{-bx} + c$ histogramu se lahko prepričamo o atenuacijski dolžini kristala:

$$\frac{1}{\mu} = \frac{1}{b} = \frac{1}{0.0791} = 12,6 \text{ mm.} \quad (4.1)$$

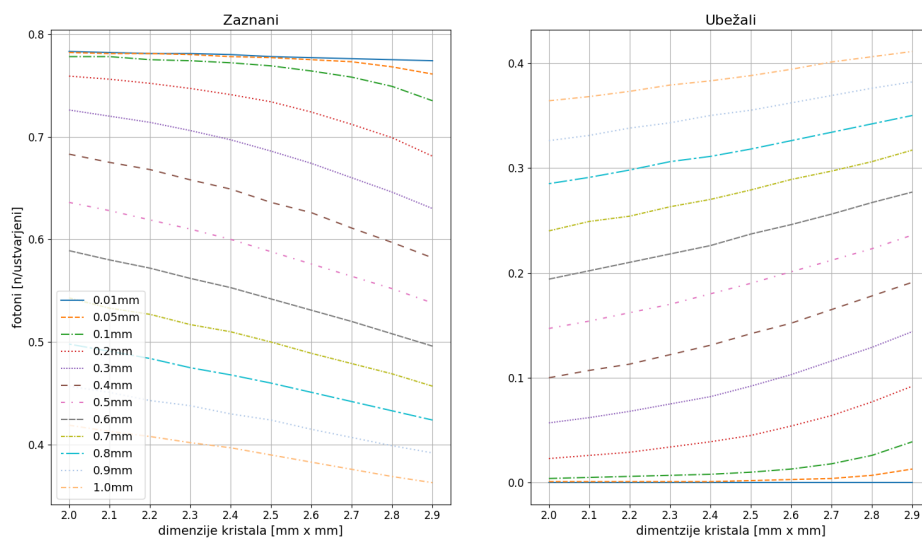
Pridelek optičnih fotonov je 35 keV⁻¹, čas deekscitacije pa $\tau_{decay} = 40 \text{ ns}$. To potrdimo z eksponentnim prilaganjem obliki signala na sliki 4.5b:

$$\tau_{decay} = \frac{1}{b} = \frac{1}{2.48 \times 10^7} = 4 \times 10^{-8} \text{ s} = 40 \text{ ns.} \quad (4.2)$$

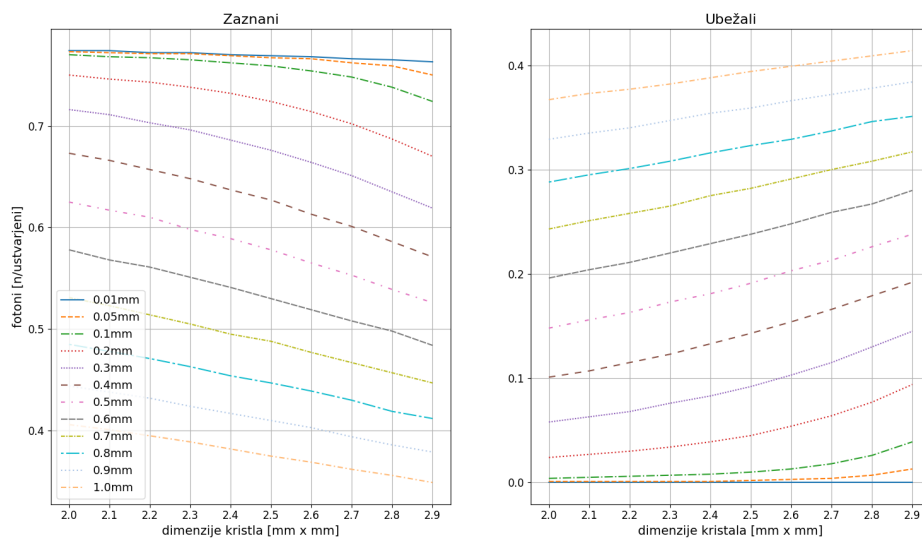
Ker niso vsi dogodki rezultat celotne absorpcije žarka gama, lahko iz histograma števila dogodkov po številu zaznanih fotonov na dogodek (slika 4.6) ugotovimo, da v celotni absorpciji zaznamo približno 5700 optičnih fotonov na fotodetektorskem nivoju (upoštevana PDE). V nadaljnji simulaciji smo upoštevali le dogodke z zaznanimi številom fotonov med 5100 in 6300 fotoni (znotraj 3σ od vrha celotne absorpcije). Takih dogodkov je približno 50 %. Z upoštevanjem 80% učinkovitosti ustavljanja in 50% verjetnosti za celotno absorpcijo dobimo:

$$0,8 \times 0,5 = 0,4. \quad (4.3)$$

Če potem zahtevamo še, da se v enem dogodku zgodi polna absorpcija v dveh detektorjih hkrati, kar potrebujemo za koincidence, smo omejeni le na 16% začetnih dogodkov.

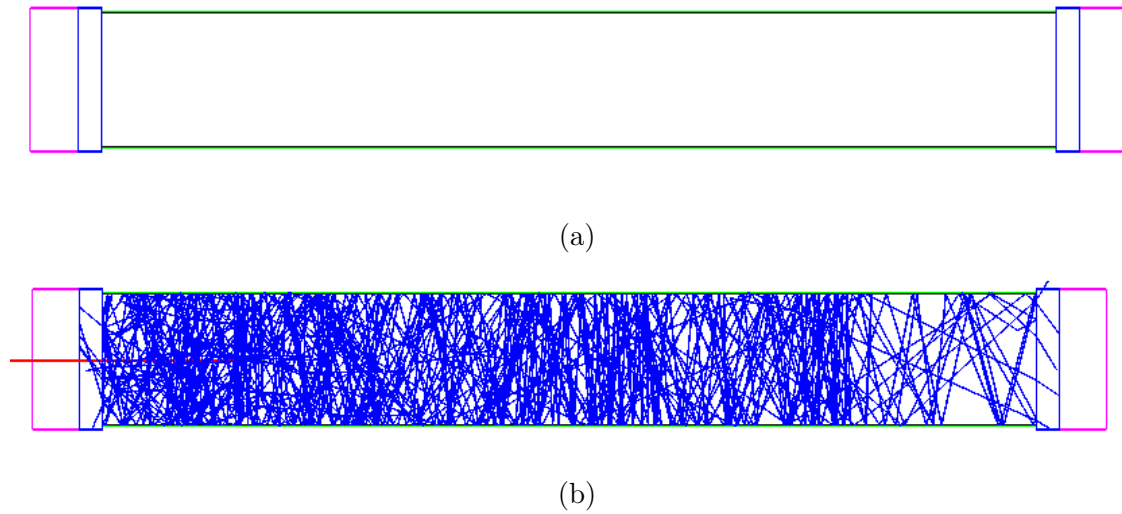


(a)

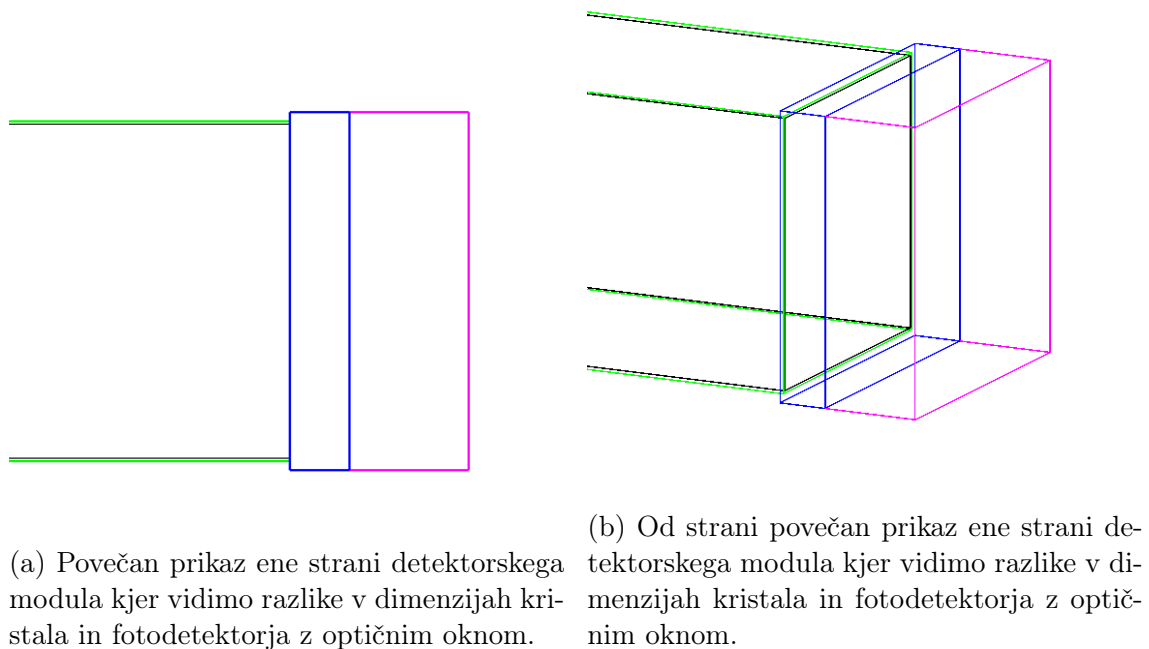


(b)

Slika 4.2: Grafi razmerja ubežalih in zaznanih fotonov z enostranskim (a) in obojestranskim (b) odčitavanjem za optična okna različnih debelin.



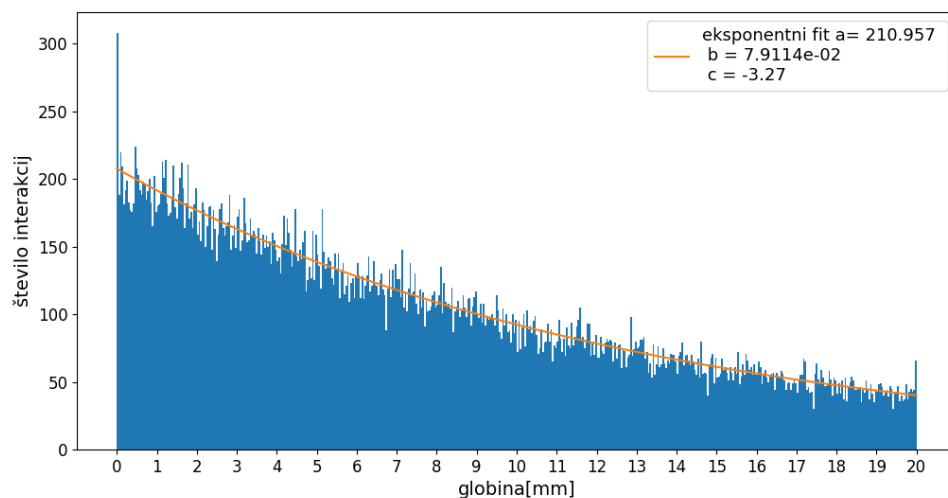
Slika 4.3: Prikaz enega detektorskega modula iz enega scintilatorskega kristala in dveh fotodetektorjev. Brez dogodka (a) in z interakcija žarka gama (b). Scintilatorski kristal je prikazan s črno, fotodetektor z vijolično, optično okno z modro, Teflonski ovoj scintilatorskega kristala z zeleno in žarek gama z rdečo.



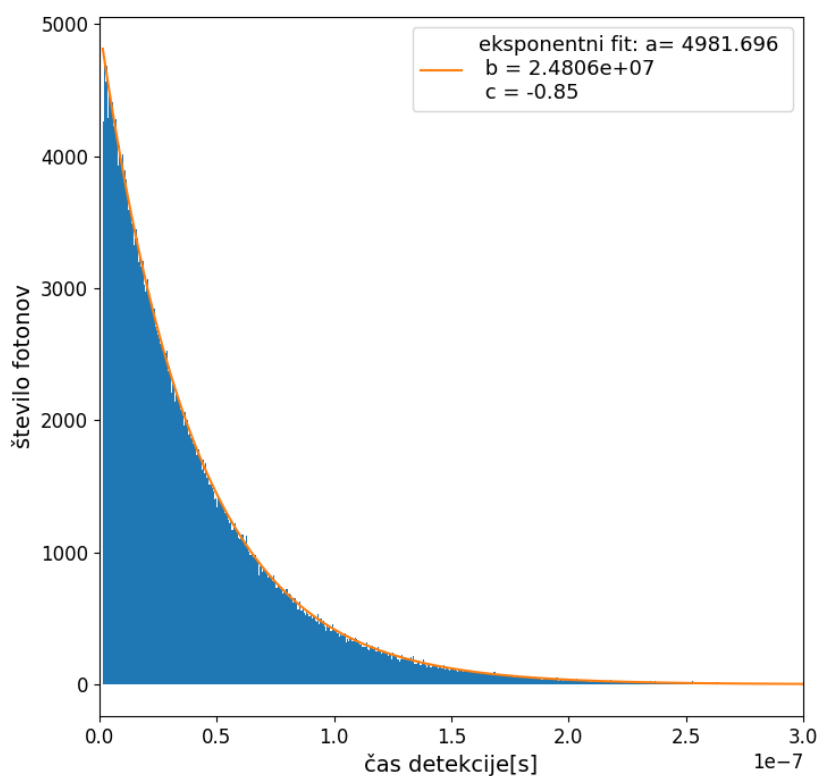
(a) Povečan prikaz ene strani detektorskega modula kjer vidimo razlike v dimenzijah kristala in fotodetektorja z optičnim oknom.

(b) Od strani povečan prikaz ene strani detektorskega modula kjer vidimo razlike v dimenzijah kristala in fotodetektorja z optičnim oknom.

Slika 4.4: Prikaz stranice enega detektorskega modula. Scintilatorski kristal je prikazan s črno, fotodetektor z vijolično, optično okno z modro in Teflonski ovoj scintilatorskega kristala z zeleno.



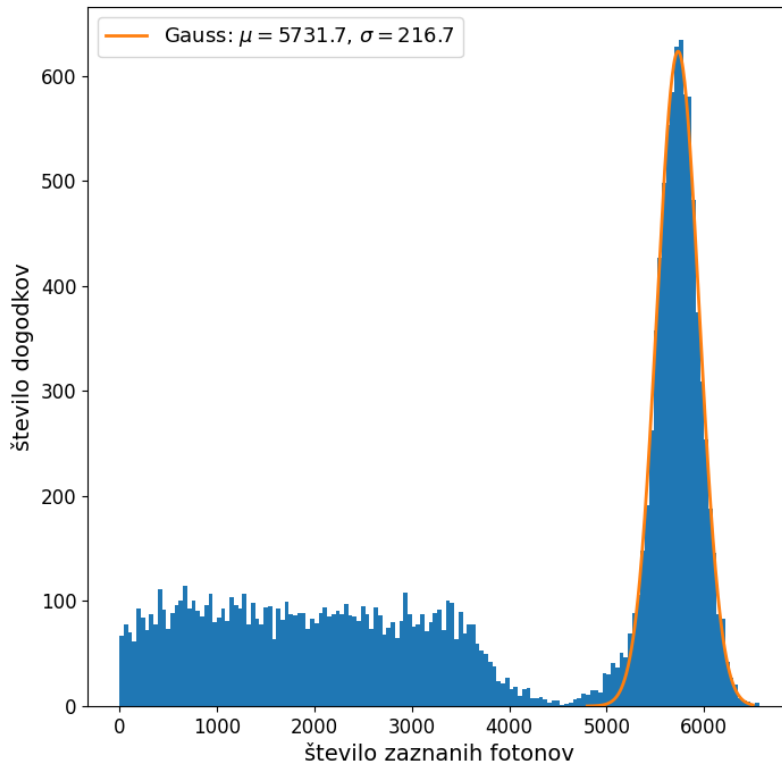
(a) Histogram interakcij gama žarkov po globini kristala. Celotna verjetnost za interakcijo žarka gama je 80%.



(b) Histogram časov zaznanih scintilacijskih fotonov, iz katerega lahko razberemo čas deekscitacije scintilatorja.

Slika 4.5: Simulacijsko preverjene lastnosti scintilatorja. S pomočjo prileganja eksponentne funkcije $ae^{-bx} + c$ preverjena atenuacijska dolžina (a) in τ_{decay} (b).

Optična površina scintilatorskega kristala je bila v simulaciji definirana z uporabo t.i. referenčnih tabel (angl. *look-up-tables*, LUT) [26], pri čemer je bil kristal ovit s Teflonskim trakom, nad trakom pa z reflektorjem ESR (angl. *Enhanced Specular Reflector*) za popolno odbojnost. LUT površine temelji na eksperimentalno izmerjenih lastnostih odbojnosti in sipanja svetlobe, kar omogoča realistično simulacijo prenosa svetlobe na stranici kristala. Izbrana LUT vključuje tudi pogoje optične sklopitve (npr. zračne reže) med površino kristala in ovojem.

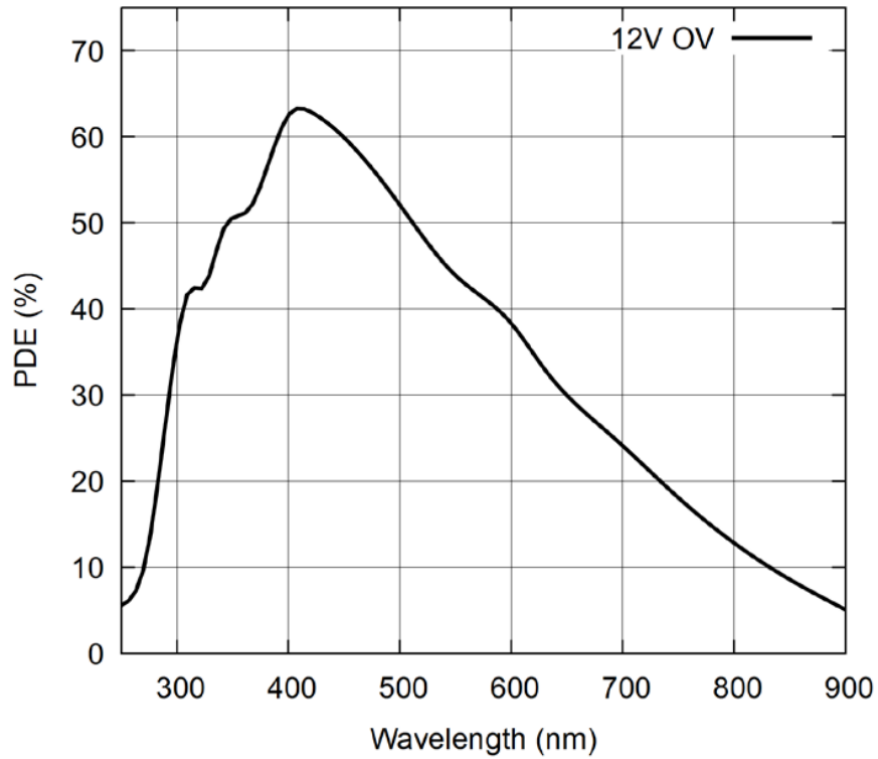


Slika 4.6: Histogram dogodkov po številu zaznanih fotonov na fotodetektorski ravni (z upoštevanjem PDE fotodetektorja), kjer lahko razberemo kolikšno število fotonov pričakujemo ob absorpciji gama žarka v celoti.

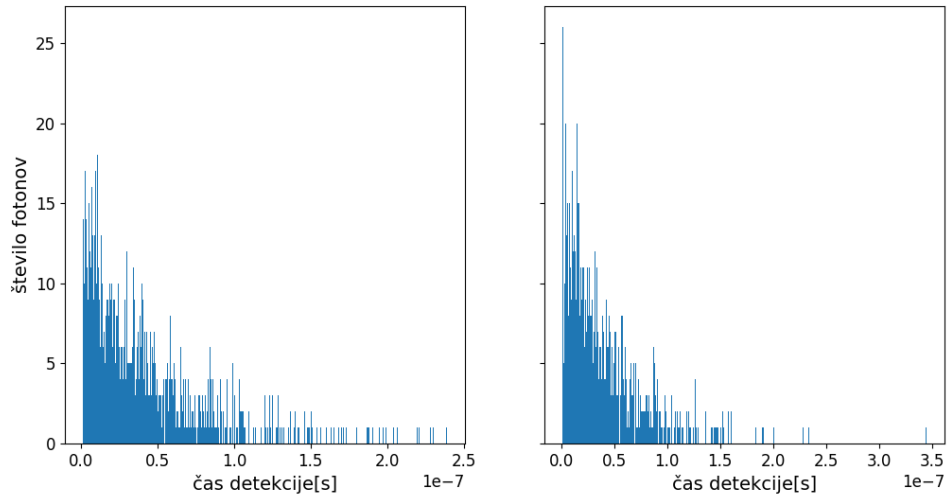
4.5 Fotodetektor

Simulirali smo vrhunski SiPM fotodetektor [27] s hitro elektroniko za odčitavanje FASTIC [28]. Fotodetektor ima PDE približno 60 % blizu vrha valovnih dolžin izsevanih fotonov (približno 420 nm za LSO), kot lahko vidimo na sliki 4.7 [29]. Časovno ločljivost fotodetektorja (angl. *intrinsic single photon time resolution*, SPTR) smo na izmerjene čase dodali naknadno, tako da smo času prihoda vsakega fotona dodali naključno negotovost z obliko Gaussove funkcije s $\sigma = 28,9$ ps, kar ustreza FWHM = 68 ps [30].

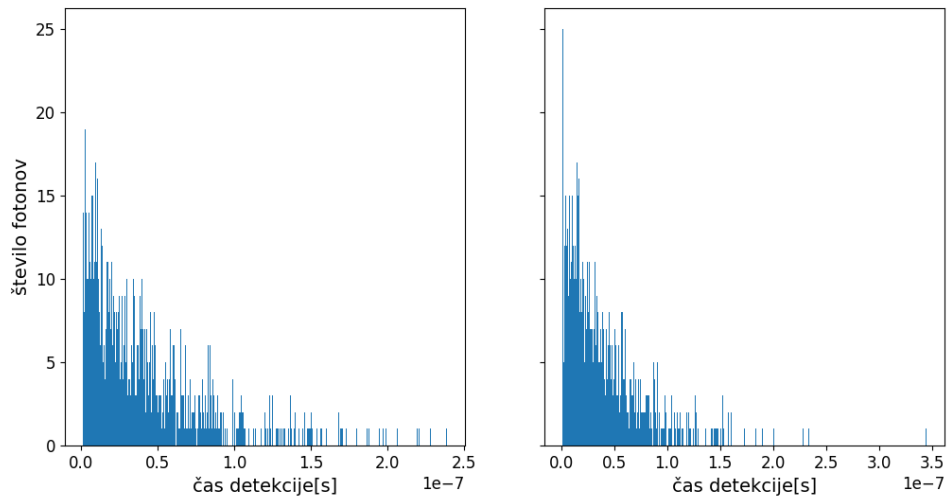
Oblike sunkov na obeh straneh so prikazane na sliki 4.8a, z zabrisanimi časi pa na sliki 4.8b. SPTR fotodetektorja bistveno ne spremeni oblike porazdelitve zaznanih fotonov po času, saj je nekaj redov velikosti manjša kot τ_{decay} scintilatorja.



Slika 4.7: PDE fotodetektorja pri različnih valovnih dolžinah fotonov.



(a) Histogram zaznanih optičnih fotonov po času.



(b) Histogram zaznanih optičnih fotonov po času s SPTR fotodetektorja.

Slika 4.8: Histogrami optičnih fotonov na fotodetektorjih z obeh strani kristala, za en dogodek absorpcije žarka gama. Notranji fotodetektor A (levo) in zunanji fotodetektor B (desno).

5. Rezultati

V tem poglavju najprej predstavimo nekaj možnih načinov merjenja DOI. Izmed vseh metod izberemo tisto, ki ima najboljšo ločljivost. Nato simuliramo koincidence in iz različnih načinov odčitavanja izračunamo CTR.

5.1 DOI

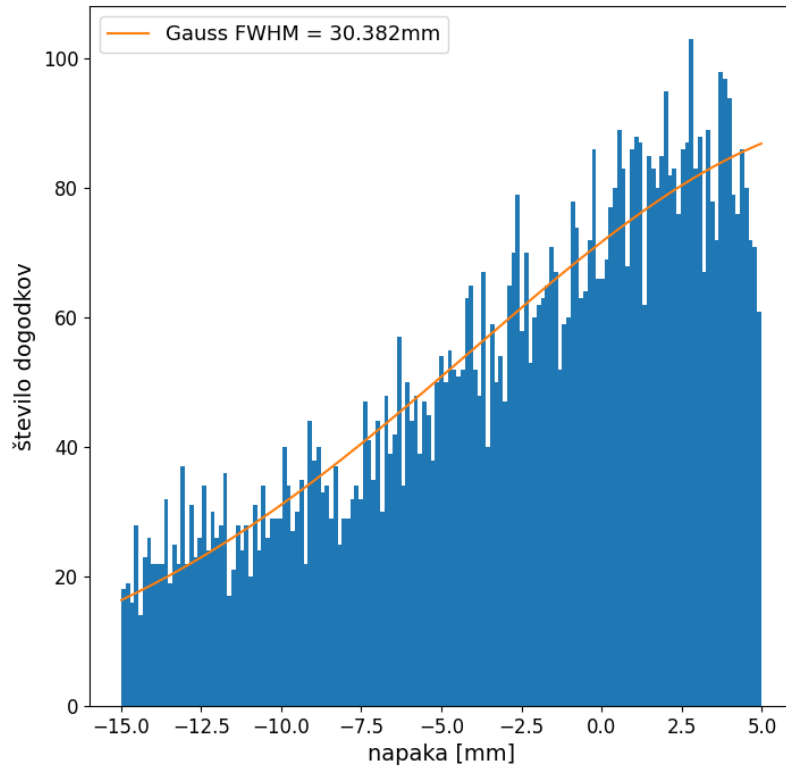
Kakovost metod merjenja DOI ocenjujemo z Gaussovo funkcijo, ki jo prilagodimo histogramu napak ocen DOI. Najprej iz začetnega nabora žarkov gama izberemo tiste, ki so doživeli interakcije s kristalom, nato pa od teh še tiste, ki so doživeli popolno absorpcijo – kot smo definirali na sliki 4.6. Za vsak tak dogodek, v katerem je žarek gama popolnoma absorbiran, poznamo iz simulacije točno lokacijo interakcije v kristalu. Na podlagi informacij s fotodetektorjev na obeh straneh kristala (bodisi čas zaznave bodisi število zaznanih fotonov) nato poskušamo rekonstruirati DOI z različnimi metodami, predstavljenimi v poglavju 3.4. Razliko med rekonstruirano in dejansko vrednostjo DOI prikažemo v histogramu, ki mu nato prilagodimo Gaussovo funkcijo. Širina te funkcije (FWHM) je mera uspešnosti posamezne metode.

Za referenco prikažemo tudi histogram napak, ki bi jih dobili, če bi za vse dogodke predpostavili fiksen DOI. Na sliki 5.1 so prikazane napake pri fiksni predpostavljeni vrednosti DOI 5 mm za vse dogodke. Kot pričakovano je oblika podobna histogramu interakcij žarkov gama po globini 4.5a. Takšne napake so značilne za sisteme brez merjenja DOI, zato že vsaka metoda, ki daje boljšo ločljivost, predstavlja izboljšavo.

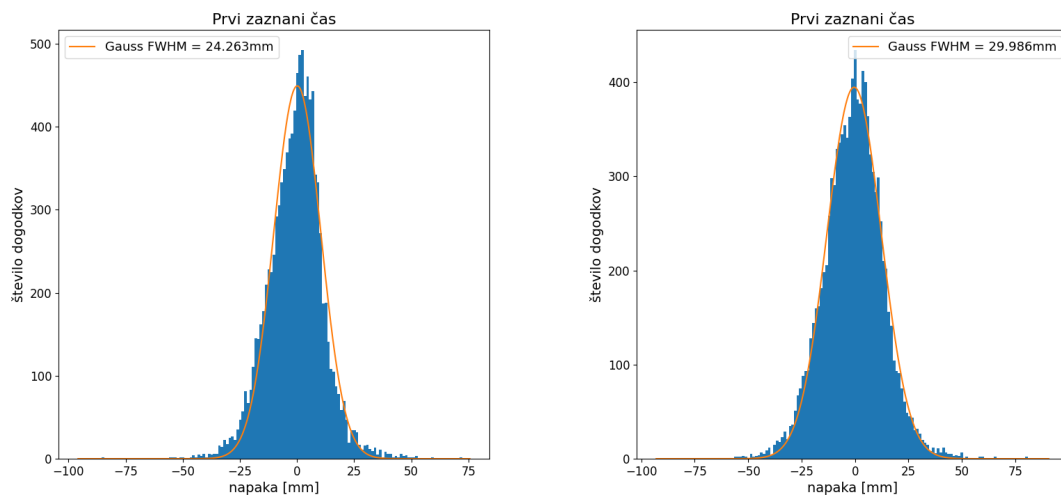
Najprej preučimo rekonstrukcijo DOI z uporabo časov zaznave fotonov, kot omenjeno v poglavju 3.4. Najuspešnejša mera za določitev DOI iz izmerjenih časov na fotodetektorjih je čas zaznave prvega fotona, kot kaže slika 5.2a. FWHM takšne metode presega celotno dolžino kristala. Če tej meritvi dodamo še SPTR fotodetektorjev, se ločljivost še poslabša, kar je razvidno iz slike 5.2b. Povprečni čas in mediana časa zaznanih fotonov se izkažeta za neustrezna indikatorja DOI, kar je posledica številnih odbojev fotonov znotraj kristala. Graf napak za ti dve metodi je prikazan na sliki 5.3.

Bolj obetavne se izkažejo metode, ki temeljijo na številu zaznanih fotonov, saj nanje vpliva kvantna učinkovitost fotodetektorjev (PDE), ne pa tudi SPTR. Razmerje števila zaznanih fotonov med obema fotodetektorjema (enačbi 3.6 in 3.7) po globini prikazuje slika 5.4. Vidimo, da pričakovana ocena $R = 0,2 \sim 0,8$ v naši postavitvi ne drži. Simulacije kažejo, da se R giblje med $0,44 \sim 0,56$, kar uporabimo v enačbi 3.8 za linearno raztegniti dobljeno razmerje.

Napake rekonstrukcije DOI pri uporabi linearnega raztega golega razmerja (enačba 3.8) vidimo na sliki 5.5. Poleg linearnega raztega uporabimo še funkcijo razmerja z



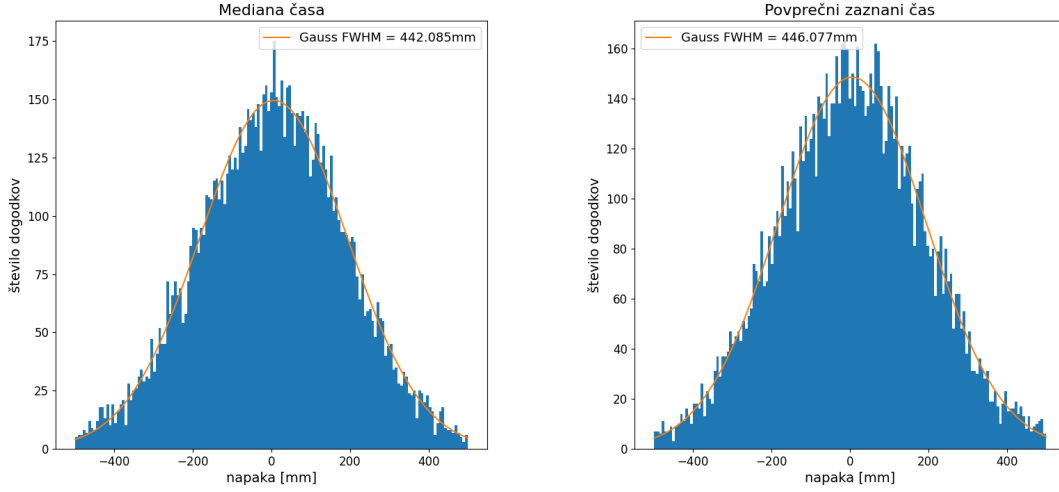
Slika 5.1: Histogram napak pri predpostavljenem fiksnem DOI 5 mm.



(a) DOI napake pri uporabi prvega zaznane-
nega časa.

(b) DOI napake pri uporabi prvega zazna-
nega časa zamazanega s SPTR fotodetek-
torja.

Slika 5.2: Izračun DOI iz časa detekcije fotonov.



(a) DOI z uporabo mediane časa zaznanih optičnih fotonov. (b) DOI z uporabo povprečnega časa zaznanih fotonov.

Slika 5.3: Izračun DOI iz časa detekcije optičnih fotonov.

optimiziranim prostim parametrom x (enačba 3.9), katere napake so prikazane na sliki 5.6a. Optimalna vrednost parametra x je bila določena na podlagi najmanjšega FWHM; optimizacijo prikazuje slika 5.6b.

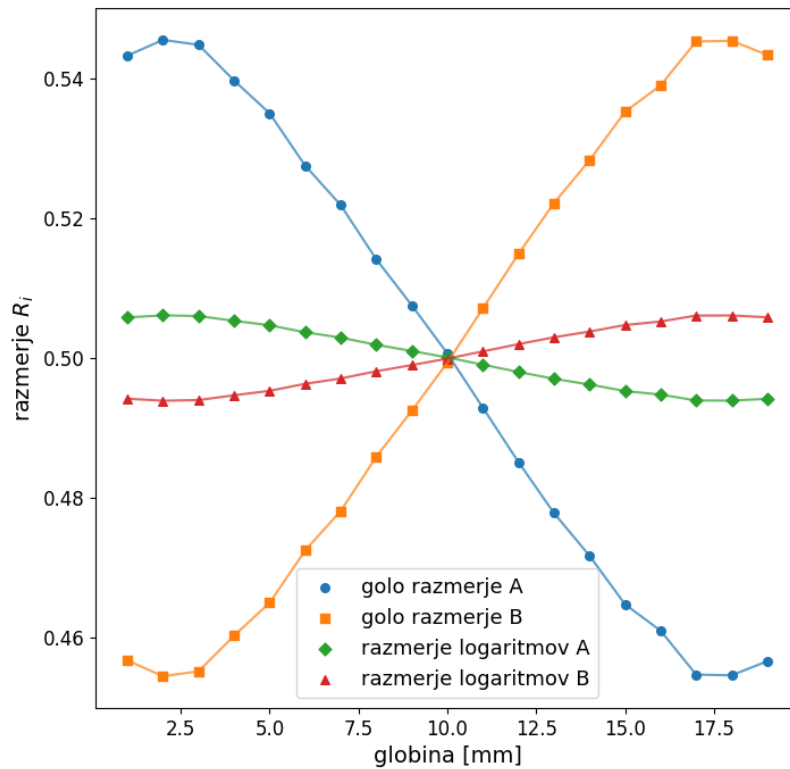
Preostaneta še metodi iz enačb 3.10 in 3.11, kjer pri izračunu DOI upoštevamo razliko v številu zaznanih fotonov na obeh fotodetektorjih. Enačba 3.11 je pravzaprav identična enačbi 3.10, le da vsebuje en prosti parameter manj. Zato zadostuje analiza rezultatov le ene izmed teh dveh metod.

Optimizacijo parametra a , ki ga določimo enako kot prej prosti parameter x , lahko vidimo na sliki 5.7b, medtem ko je histogram napak te metode prikazan na sliki 5.7a. Parameter b v funkciji služi zgolj centriranju napak DOI okoli ničle, njegova vrednost pa je približno $b \approx 10$. Vse dobljene FWHM vrednosti za različne metode določanja DOI so zbrane v tabeli 5.1.

5.2 CTR izboljšave

O časovni ločljivosti CTR govorimo, ko detektorja na obeh straneh izvora zaznata žarka gama hkrati. Poleg pogoja popolne absorpcije žarka gama dodamo še pogoj, da se ta absorpcija zgodi v obeh kristalih sočasno (bolj točno, znotraj časovnega okna, ki je tipično 4,10 ns). V tem primeru imamo opravka z dvema detektorjema v koincidenca, kar pomeni dva kristala in skupno štiri fotodetektorje.

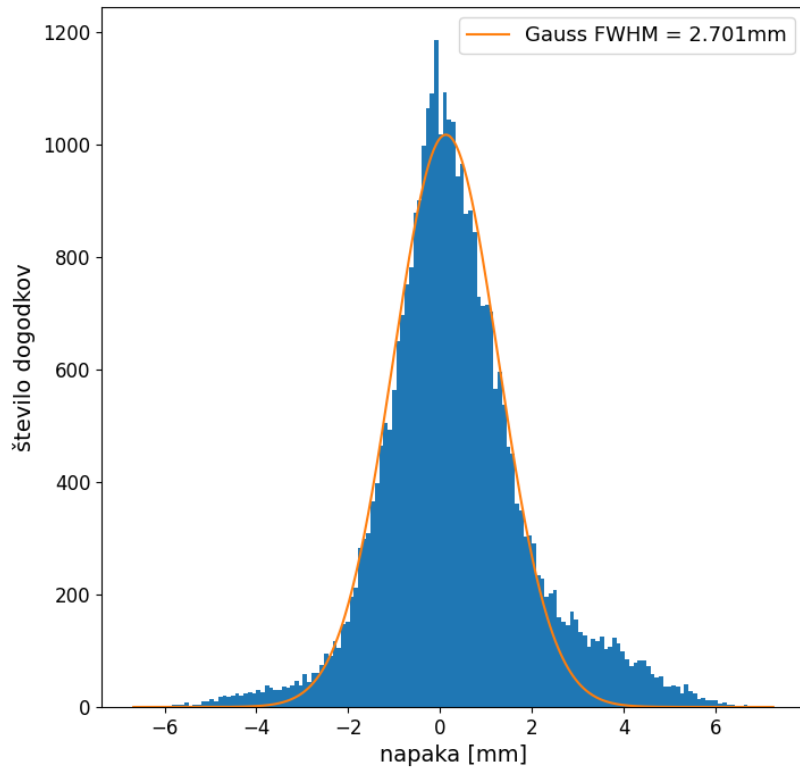
CTR lahko določimo na več načinov, saj imamo na vsakem kristalu signal z dveh fotodetektorjev. Če bi bil prisoten le en fotodetektor na kristal, bi CTR enostavno določili kot razliko časa prvega zaznanega fotona na obeh kristalih $\Delta t = t_1 - t_2$. Ločljivost CTR nato definiramo kot FWHM Gaussove funkcije, ki je prilagojena histogramu števila dogodkov glede na izračunane razlike časov koincidenca. Ena Gaussova porazdelitev ima dobro prileganje histogramu pri trenutno klinično dosegljivih FWHM CTR = 200 ps, vendar pri manjših vrednostih, ujemanje pada [31].



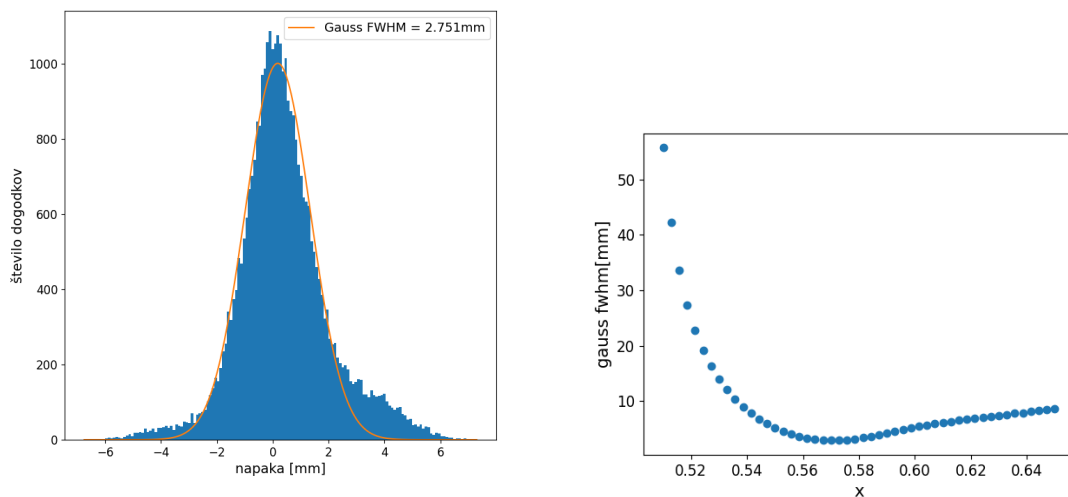
Slika 5.4: Razmerja števila fotonov na fotodetektorjih po globini, kjer je fotodetektor A na $Z=0$ mm in fotodetektor B na $Z=20$ mm.

Tabela 5.1: Primerjava natančnosti določanja DOI iz različnih metod, z uporabo izmerjenega časa na fotodetektorju in števila zaznanih fotonov. Natančnost je določena kot FWHM Gaussove funkcije na histogramu števila dogodkov po razliki izmerjenega DOI od prave vrednosti.

Metoda	FWHM [mm]	vrednost prostega parametra
Prvi čas	24,3	/
Prvi čas s SPTR	30,0	/
Mediana časa	442	/
Povprečje časa	446	/
Linearno raztegnjeno razmerje	2,70	$R^{\min} = 0,44$, $R^{\max} = 0,56$
Funkcija razmerja (x)	2,75	$x = 0,572$
Funkcija razmerja razlike (a, b)	2,69	$a = 72$, $b \approx 10$

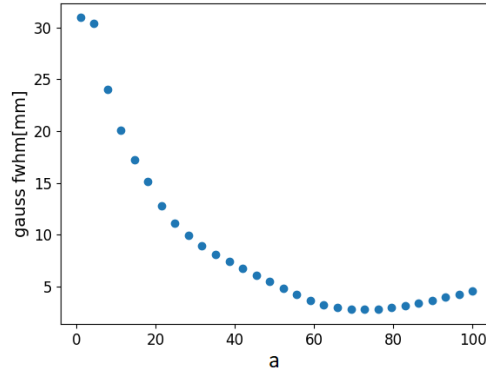
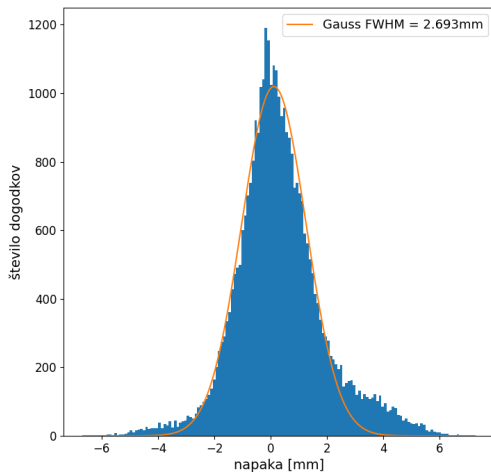


Slika 5.5: Izračun DOI iz linearno raztegnjenega razmerja iz originalnih ekstremov $0,44 \sim 0,56$ enakomerno med vrednosti 0 in 1.



(a) DOI iz funkcije razmerja s prostim parametrom x . (b) Optimizacija prostega parametra x po vrednostih FWHM.

Slika 5.6: Izračun DOI iz funkcije razmerja s prostim parametrom $x = 0,57$ in optimizacija parametra x .



(a) DOI iz razlike števila optičnih fotonov na fotodetektorjih. (b) Optimizacija prostega parametra a v enačbi izračuna DOI.

Slika 5.7: DOI iz razlike števila optičnih fotonov na fotodetektorjih, in optimizacija prostega parametra a s parametrom b fiksnim na vrednosti 10.

Pri rezultatih simulacije, ki so bližje FWHM CTR = 40 ps uporabljamo vsoto dveh Gaussovih funkcij, da dobimo boljše prilagajanje. Za vir na sredini med dvema detektorjema bi v idealnem času bil CTR = 0, saj oba kolinearna žarka gama potujeta enako dolgo in bi se idealno zaznala istočasno na obeh straneh koincidence.

Najprej prikažemo CTR za enostransko odčitavanje, kjer upoštevamo le prvi zaznani čas na zunanjem fotodetektorju B $\Delta t = t_{B1} - t_{B2}$. Rezultati so prikazani na sliki 5.8a. V splošnem ima enostransko odčitavanje na notranjem fotodetektorju slabšo ločljivost CTR, kot lahko vidimo na sliki 5.8b.

Kljub slabši ločljivosti na notranjem fotodetektorju pa lahko obojestransko odčitavanje izkoristimo na več načinov. Če uporabimo prvi zaznani čas na kateremkoli fotodetektorju posameznega kristala $\Delta t = t_{i1} - t_{i2}$, dobimo CTR, ki ga vidimo na sliki 5.9a.

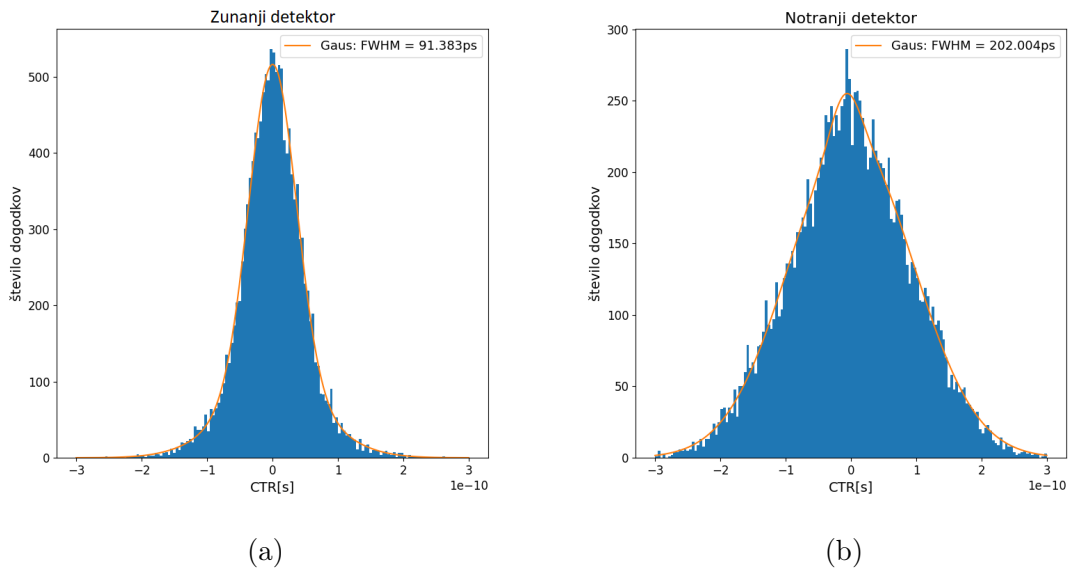
Prednost obojestranskega odčitavanja pa se pozna, ko izračunamo CTR kot povprečje časov obeh fotodetektorjev na posameznem kristalu:

$$\Delta t = \left(\frac{t_{A1} + t_{B1}}{2} \right) - \left(\frac{t_{A2} + t_{B2}}{2} \right). \quad (5.1)$$

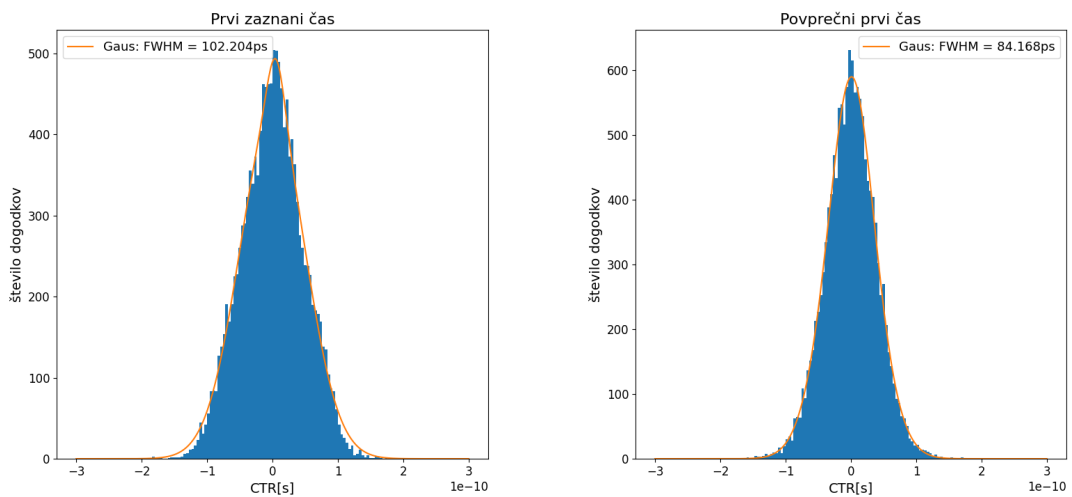
kar je prikazano na sliki 5.9b. Vidimo da že dodatna informacija obojestranskega odčitavanja izboljša CTR.

5.2.1 Vpliv SPTR fotodetektorja

Vse dosedanje slike predstavljajo idealizirane čase brez vpliva SPTR fotodetektorjev. Če čas zaznave zameglimo z Gaussovo porazdelitvijo, kar simulira realne fotodetektorje, dobimo rezultate prikazane na slikah 5.10 in 5.11, v enakem vrstnem redu kot prej.

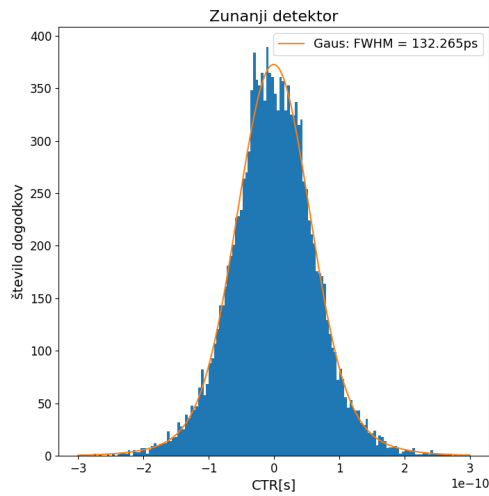


Slika 5.8: CTR izračunan iz časov zaznanih samo na zunanjem (a) in samo na notranjem (b) fotodetektorju.

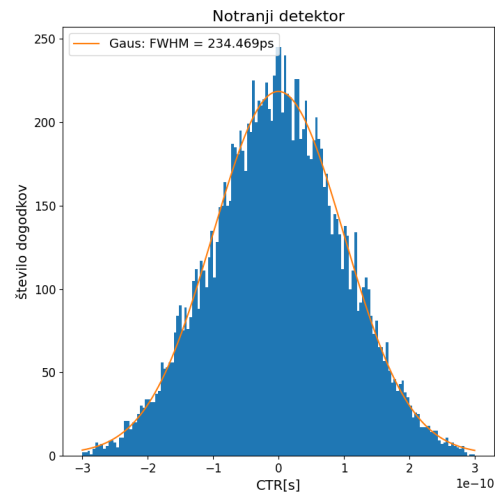


(a) CTR iz prvega zaznanega časa na katerikoli fotodetektorju. (b) CTR iz povprečnega zaznanega časa na obeh fotodetektorjih po enačbi 5.1.

Slika 5.9: CTR izračunan z uporabo obojestranskega odčitavanja, oziroma s časi zaznanimi na obeh fotodetektorjih.

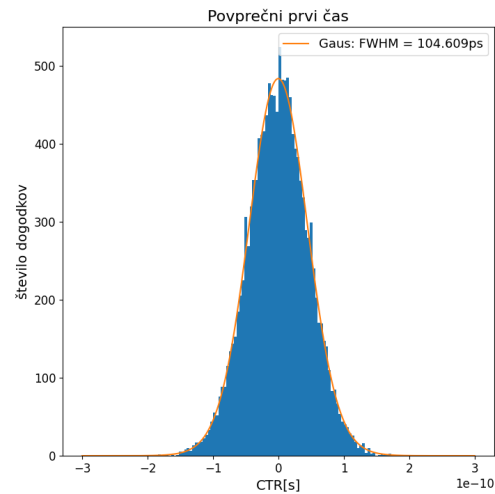
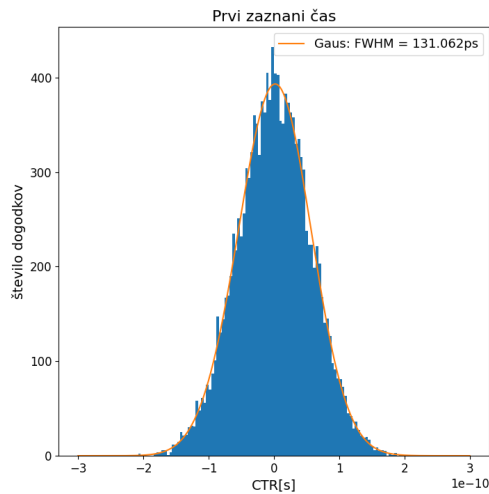


(a)



(b)

Slika 5.10: CTR izračunan iz časov zaznanih samo na zunanjem (a) in samo na notranjem (b) fotodetektorju. Z upoštevanom SPTR fotodetektorjev.



(a) CTR iz prvega zaznanega časa na katerikoli fotodetektorju. Z upoštevanom SPTR fotodetektorjev.

(b) CTR iz povprečnega zaznanega časa na obeh fotodetektorjih po enačbi 5.1. Z upoštevanom SPTR fotodetektorjev.

Slika 5.11: CTR izračunan z uporabo obojestranskega odčitavanja, oziroma s časi zaznanimi na obeh fotodetektorjih. Z upoštevanom SPTR fotodetektorjev.

5.2.2 Upoštevanje DOI pri izračunu CTR

DOI upoštevamo pri računanju CTR z dvema popravkoma. Prvi popravek odšteje čas potovanja žarka gama do DOI in omeji negotovost iz enačbe 3.1. Drugi omeji negotovost zaradi časa potovanja optičnih fotonov od DOI do fotodetektorja iz enačbe 3.3. V obeh popravkih predpostavimo da prvi zaznani optični fotoni, ki nas zanimajo, in žarek gama potujejo v ravni črti. To sicer v splošnem ni res, vendar naša kalkulacija temelji na enačbah:

$$\begin{aligned} t_A^{\text{DOI}} &= t_A - Z \cdot c - Z \cdot \frac{c}{n}, \\ t_B^{\text{DOI}} &= t_B - Z \cdot c - (Z_{\text{max}} - Z) \cdot \frac{c}{n}, \end{aligned} \quad (5.2)$$

kjer sta t_A in t_B prvi zaznani čas na notranjem in zunanjem fotodetektorju, Z je DOI določen iz meritve, Z_{max} dolžina kristala, c hitrost svetlobe in n lomni količnik scintilatorja.

Za meritev DOI izberemo metodo razlike števila fotonov s prostim parametrom a iz enačbe 3.10, saj je ta dala najboljši rezultat FWHM. Na podlagi tako dobljenega DOI popravimo čase po enačbah 5.2 in izračunamo CTR za naslednje primere:

- zunanji fotodetektorji (slika 5.12a),
- notranji fotodetektorji (slika 5.12b),
- prvi zaznani čas na kateremkoli fotodetektorju (slika 5.13a),
- povprečje časov (slika 5.13b).

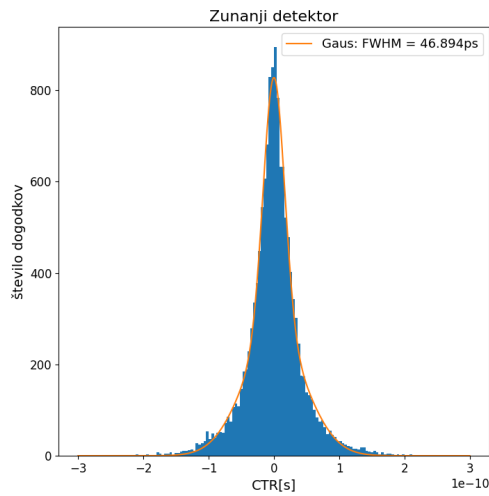
V enakem vrstnem redu so prikazane še meritve z upoštevanjo SPTR fotodetektorjev (slike 5.14 in 5.15). Ko imamo informacijo o DOI, se porodi dodatna zamisel, da bi pri izračunu CTR upoštevali čas zaznave na fotodetektorju, ki je najbližji DOI. Kot pa je razvidno iz slike 5.16, najbližji fotodetektor ni nujno tudi tisti, ki prvi zazna fotone. Vse FWHM vrednosti za CTR so zbrane v tabeli 5.2.

Tabela 5.2: Primerjava FWHM CTR iz različnih zaznanih časov: brez in z DOI popravki, ter brez in z dodano SPTR fotodetektorjev. Z odebeljenim so označene najmanjše vrednosti za določeno skupino meritev CTR.

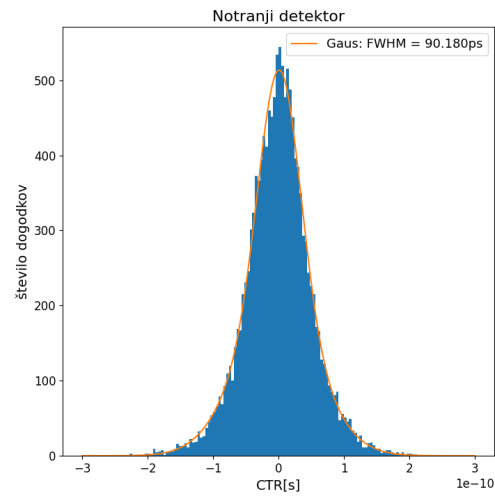
Izbrani čas	brez DOI	brez DOI, zamazan	z DOI	z DOI, zamazan
Fotodetektor B	91,4 ps	132 ps	46,9 ps	118 ps
Fotodetektor A	202 ps	234 ps	90,2 ps	131 ps
Prvi čas	102 ps	131 ps	37,3 ps	86,6 ps
Povprečje časa	84,2 ps	104 ps	51,7 ps	85,4 ps
Najbližji detektor	/	/	63 ps	117 ps

5.3 Rezultati simulacije s tanjšim optičnim oknom

Vsi prej dobljeni rezultati so bili del simulacije z optičnim oknom debeline 0,5 mm. Dodatno si lahko ogledamo še rezultate, ki bi jih dobili z optičnim oknom debeline

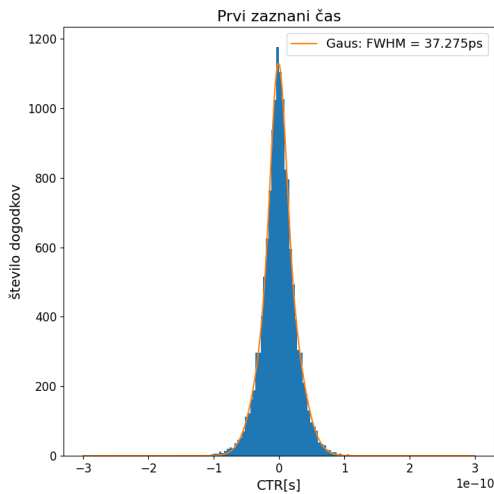


(a)

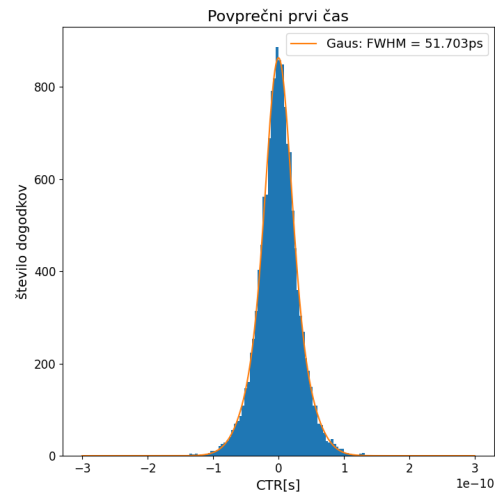


(b)

Slika 5.12: CTR izračunan iz časov zaznanih samo na zunanjem (a) in samo na notranjem (b) fotodetektorju s popravki z vrednostjo DOI.

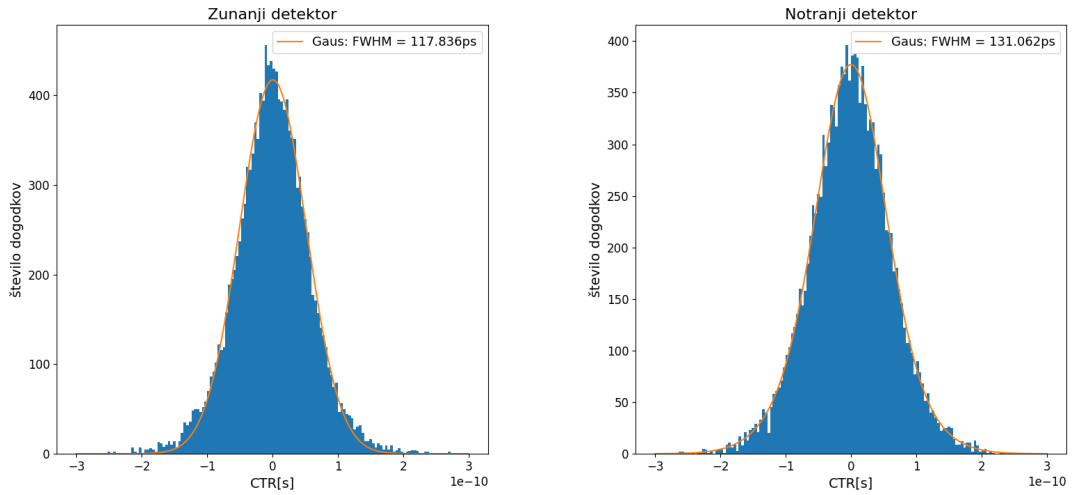


(a) CTR iz prvega zaznanega časa na katerikoli fotodetektorju s popravki z vrednostjo DOI.



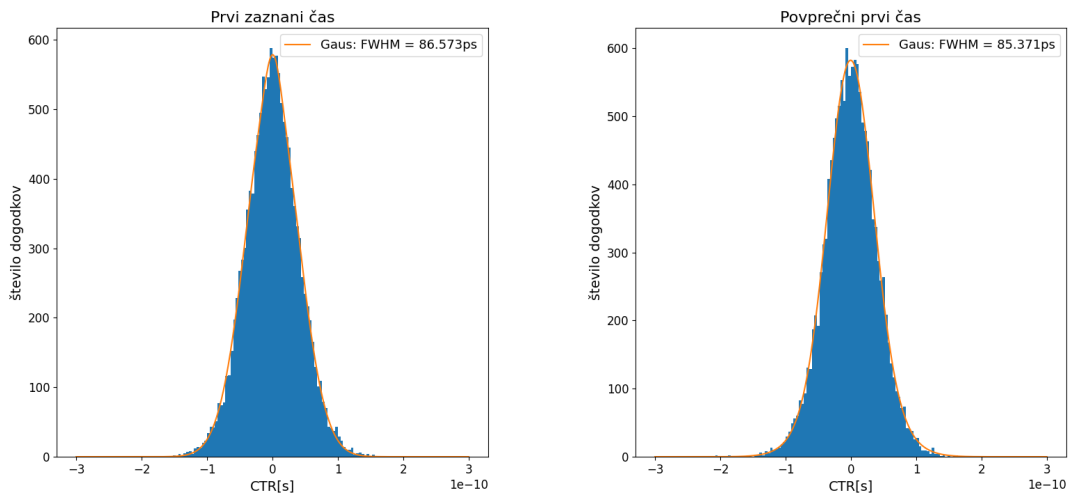
(b) CTR iz povprečnega zaznanega časa na obeh fotodetektorjih po enačbi 5.1 s popravki z vrednostjo DOI.

Slika 5.13: CTR izračunan z uporabo obojestranskega odčitavanja, oziroma s časi zaznanimi na obeh fotodetektorjih s popravki z vrednostjo DOI.



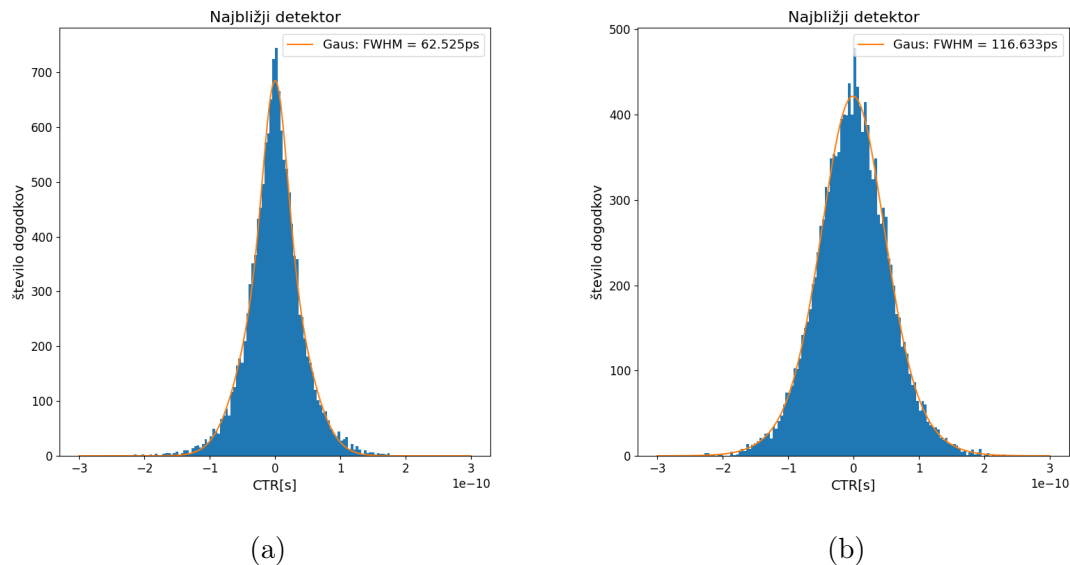
(a) CTR iz časov na zunanjem fotodetektorju s popravki z vrednostjo DOI in SPTR fotodetektorjev. (b) CTR iz časov na notranjem fotodetektorju s popravki z vrednostjo DOI in SPTR fotodetektorjev.

Slika 5.14: CTR izračunan iz časov zaznanih samo na zunanjem in samo na notranjem fotodetektorju s popravki z vrednostjo DOI in SPTR fotodetektorjev.



(a) CTR iz prvega zaznanega časa na katerikoli fotodetektorju s popravki z vrednostjo DOI in SPTR fotodetektorjev. (b) CTR iz povprečnega zaznanega časa na obeh fotodetektorjih po enačbi 5.1 s popravki z vrednostjo DOI in SPTR fotodetektorjev.

Slika 5.15: CTR izračunan z uporabo obojestranskega odčitavanja, oziroma s časi zaznanimi na obeh fotodetektorjih s popravki z vrednostjo DOI in SPTR fotodetektorjev.



Slika 5.16: CTR izračunan z uporabo časa na najbližjem fotodetektorju iz informacije DOI s popravki DOI brez (a) in z (b) SPTR fotodetektorja.

0,1 mm. Iz slike 4.2b je razvidno, da se pri obojestranskem odčitavanju na kristalu dimenzij $2,8 \text{ mm} \times 2,8 \text{ mm}$ ob spremembi debeline iz 0,5 mm na 0,1 mm razmerje zaznanih fotonov poveča z 0,53 na 0,77. Te ugotovitve dodatno potrjuje slika 5.17, iz katere lahko razberemo, koliko fotonov pričakujemo ob popolni absorpciji gama žarka. Pri debelejšem oknu zaznamo med 5100 in 6300 fotonov, pri tanjšem oknu pa med 7000 in 8600 fotonov. Z novimi dogodki lahko izvedemo enako analizo kot prej, pri čemer so za primerjavo debelin ključni predvsem najboljši rezultati za DOI in CTR. Vsi preostali rezultati so podani v dodatku B.

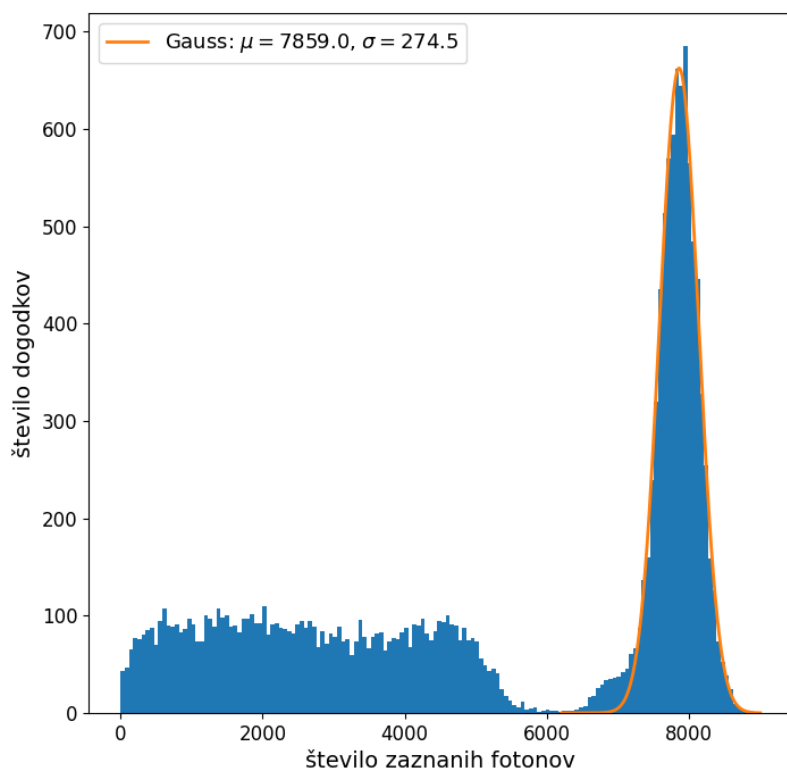
Metoda določanja DOI na osnovi enačbe 3.10, kjer upoštevamo razliko v številu zaznanih fotonov na obeh fotodetektorjih s prostim parametrom a , nam – kot že prej – poda najmanjši FWHM na histogramu napak DOI (slika 5.18a). Optimizacijo prostega parametra a za nove dogodke pa vidimo na sliki 5.18b.

Tanjše okno ima tudi neposreden vpliv na določanje CTR, saj je manjša verjetnost, da eden izmed prvih fotonov uide. Najmanjši CTR dobimo kot povprečje časov prvih fotonov na obeh fotodetektorjih posameznega kristala, kar je prikazano na sliki 5.19a. CTR ob upoštevanju SPTR fotodetektorjev je prikazan na sliki 5.19b.

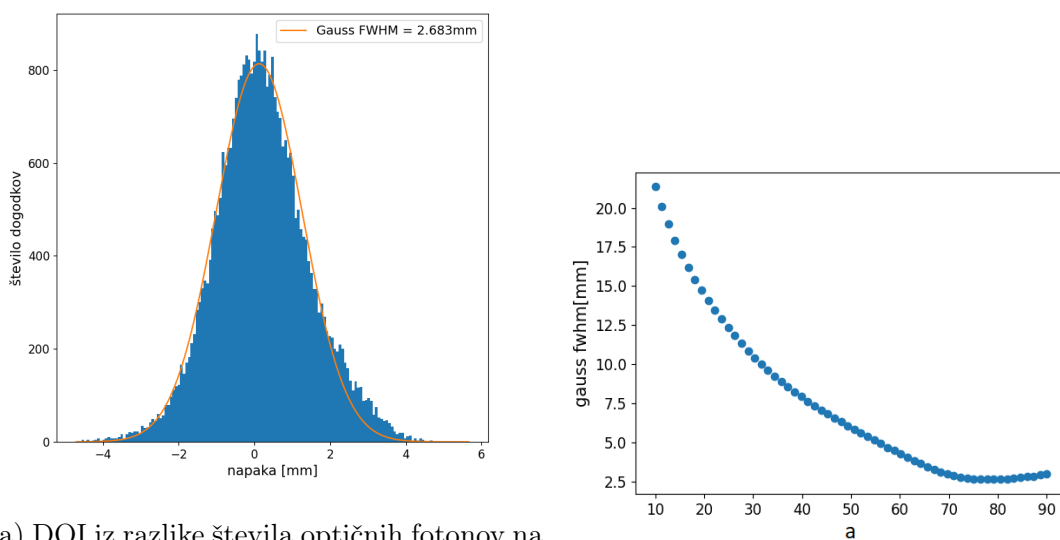
DOI meritve vključimo v izračun CTR s popravki iz enačb 5.2 in izračunamo CTR brez in z upoštevanjem SPTR fotodetektorjev. Kot pri simulaciji z debelejšim oknom, je pri izračunu CTR brez SPTR, boljša ločljivost s prvim zaznanim časom na kateremkoli fotodetektorju (slika 5.20). Ob upoštevanju SPTR fotodetektorjev pa je boljša ločljivost s povprečnim prvim časom na obeh fotodetektorjih (slika 5.21).

5.4 Povzetek rezultatov

Za določanje DOI smo preučili metode, ki temeljijo na času zaznave fotonov in na številu zaznanih fotonov na posameznem fotodetektorju. Izkazalo se je, da so metode na osnovi časa (npr. prvi zaznani foton, mediana in povprečje časov) občutljive na notranje odboje fotonov in SPTR fotodetektorjev, kar vodi v slabo ločljivost. Najboljši rezultat med temi metodami ($\text{FWHM} \approx 24 \text{ mm}$) še vedno presega dolžino



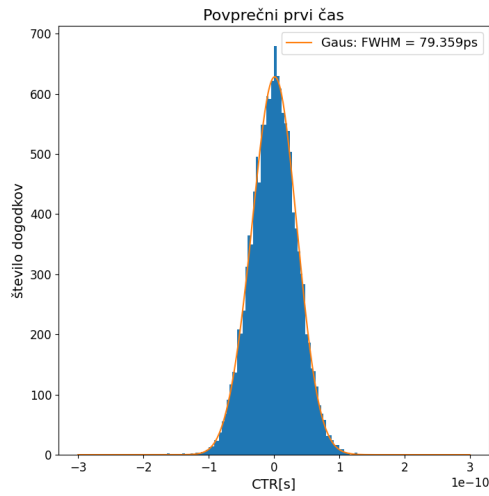
Slika 5.17: Histogram dogodkov po številu zaznanih fotonov na fotodetektorski ravni (z upoštevanjem PDE fotodetektorja), kjer lahko razberemo kolikšno število fotonov pričakujemo ob absorpciji gama žarka v celoti.



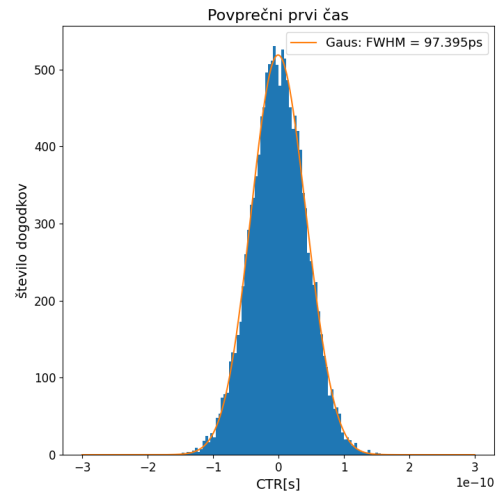
(a) DOI iz razlike števila optičnih fotonov na fotodetektorjih s prostim parametrom $a = 78$.

(b) Optimizacija prostega parametra a v enačbi izračuna DOI.

Slika 5.18: DOI iz razlike števila optičnih fotonov na fotodetektorjih, in optimizacija prostega parametra a s parametrom b fiksnim na vrednosti 10.

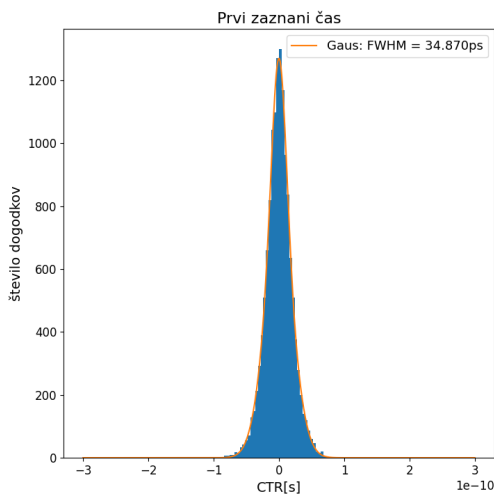


(a)

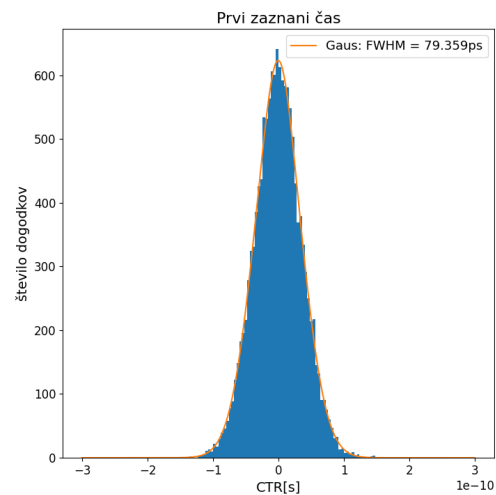


(b)

Slika 5.19: CTR iz povprečnega zaznanega časa na obeh fotodetektorjih po enačbi 5.1. Brez upoštevanja časovne ločljivosti (a) in z upoštevanjo SPTR fotodetektorja (b).

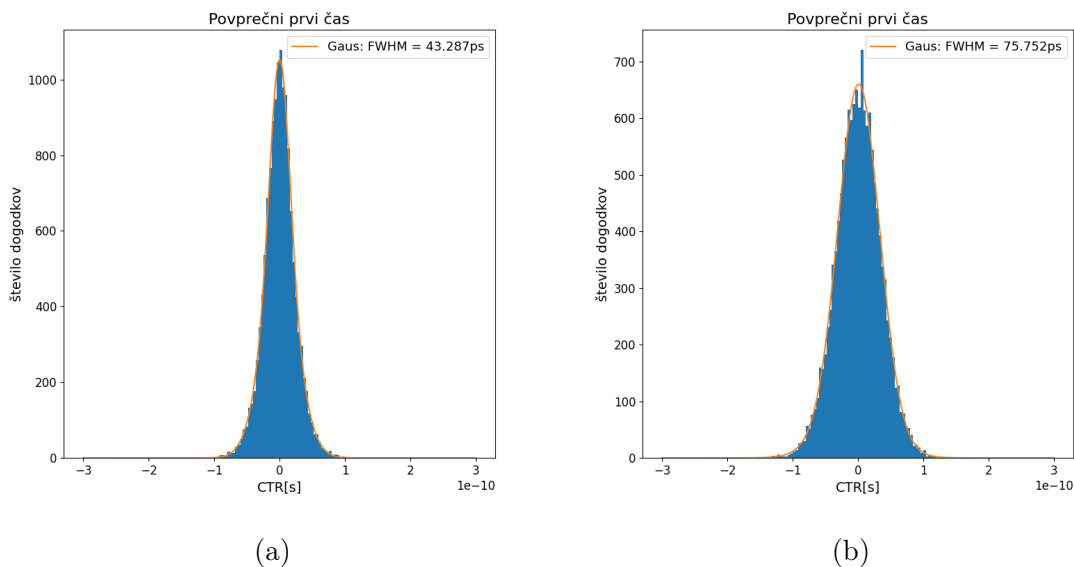


(a)



(b)

Slika 5.20: CTR iz prvega zaznanega časa na kateremkoli fotodetektorju z dodanimi popravki DOI. Brez upoštevanja časovne ločljivosti (a) in z upoštevanjo SPTR fotodetektorja (b).



Slika 5.21: CTR iz povprečnega zaznanega časa na obeh fotodetektorjih po enačbi 5.1 z dodanimi popravki DOI. Brez upoštevanja SPTR (a) in z upoštevano SPTR fotodetektorja (b).

kristala.

Nasprotno pa metode, ki temeljijo na številu zaznanih fotonov, nudijo bistveno boljšo natančnost. Te so bremenjene le s PDE fotodetektorjev in ne s SPTR. Najboljši rezultat ($\text{FWHM} = 2,69 \text{ mm}$) smo dosegli z metodo, ki uporablja razliko v številu zaznanih fotonov na obeh fotodetektorjih z optimizacijo prostega parametra a . Ta metoda je pokazala najmanjše napake pri rekonstrukciji DOI in s tem največjo natančnost.

Pri analizi CTR smo primerjali več različnih pristopov izračuna časovne razlike med koincidenčnimi dogodki, tako za enostransko kot obojestransko odčitavanje. Uporaba obeh fotodetektorjev na vsakem kristalu je že sama po sebi izboljšala CTR od enostranskega odčitavanja. Najnižjo vrednost CTR brez dodatnih DOI popravkov (brez SPTR: $\text{FWHM} \approx 84 \text{ ps}$; z SPTR: $\text{FWHM} \approx 109 \text{ ps}$) smo dosegli z metodo, ki uporablja povprečje časov prvih fotonov na obeh straneh kristala.

Dodatni napredek smo dosegli z upoštevanjem informacije o DOI pri izračunu CTR. Najnižjo vrednost CTR v simulaciji ($\text{FWHM} \approx 37 \text{ ps}$) smo dosegli z uporabo prvega zaznanega časa na kateremkoli fotodetektorju ter vključitvijo DOI popravkov. S SPTR fotodetektorjev pa smo najnižjo vrednost CTR ($\text{FWHM} \approx 85 \text{ ps}$) dosegli s povprečjem časov.

Simulacija z zmanjšano debelino optičnega okna s $0,5 \text{ mm}$ na $0,1 \text{ mm}$ je pokazala dodatno izboljšanje. Zaradi manjših izgub fotonov se je število zaznanih fotonov povečalo, kar se je neposredno odrazilo v boljši ločljivosti DOI in CTR. Tudi v tej različici simulacije je bila optimalna metoda za DOI in CTR enaka kot prej.

Skupni rezultati kažejo, da obojestransko odčitavanje z uporabo števila zaznanih fotonov omogoča dobro rekonstrukcijo DOI, kar posledično prispeva k izboljšani časovni ločljivosti CTR. Poznavanje DOI prav tako prispeva k izboljšani prostorski ločljivosti prek korekcij paralaksnega učinka, česar pa ta simulacija ni preučevala.

6. Zaključek

V magistrskem delu smo predstavili osnovna načela pozitronske emisijske tomografije (PET) in delovanje PET skenerjev. Obravnavali smo izbiro scintilatorjev in fotodetektorjev za PET ter fizikalna načela, ki stojijo za njihovim delovanjem. Uvedli smo meritve časa preleta (TOF) in parameter kvalitete slike SNR ter ju povezali z ločljivostjo časa koincidence (CTR). Poleg tega smo uvedli netradicionalne geometrije detektorjev s poudarkom na geometriji planarnih detektorjev, ki ima omejeno pokritost prostorskega kota.

Rezultati simulacij kažejo, da implementacija obojestranskega odčitavanja omogoča določanje globine interakcije (DOI), kar bistveno izboljša CTR ločljivost. Izboljšana CTR ločljivost omogoča kompenzacijo manjkajoče geometrijske pokritosti in s tem ohranjanje SNR rekonstruirane slike v geometriji planarnih detektorjev.

V simulaciji smo z uporabo obojestranskega odčitavanja na kristalu LSO dimenzij $20\text{mm} \times 2,8\text{mm} \times 2,8\text{mm}$ lahko določili DOI z ločljivostjo FWHM 2,69 mm, pri čemer smo uporabili metodo na osnovi razlike v številu fotonov na obeh straneh kristala. Uporaba informacije o DOI kot popravka k CTR je omogočila izboljšavo CTR (FWHM) iz 84 ps na 37 ps brez vključenega prispevka časovne ločljivosti fotodetektorjev (SPTR) ter iz 109 ps na 85 ps ob vključenem SPTR fotodetektorjev. Raziskan je bil tudi vpliv debeline optičnega okna fotodetektorja. Manjše debeline okna omogočajo boljše zbiranje svetlobe in boljši CTR, vendar imata občutljivost in časovna ločljivosti fotodetektorjev večji vpliv na rezultate.

Na podlagi dobljenih rezultatov lahko zaključimo, da je geometrija planarnih detektorjev z obojestranskim odčitavanjem sprejemljiva alternativa tradicionalni valjasti geometriji, ki poleg drugih prednosti, ponuja zmanjšano število detektorskih elementov in posledično manjše število potrebnih scintilatorskih kristalov, kar vpliva na zmanjšanje cene izdelave PET skenerja.

7. Literatura

- [1] S.R.C. Eric Berg, *Innovations in instrumentation for positron emission tomography*, *Seminars in Nuclear Medicine* **48** (2018) 311.
- [2] M.M. Alauddin, *Positron emission tomography (PET) imaging with (18)f-based radiotracers*, *Am J Nucl Med Mol Imaging* **2** (2011) 55.
- [3] Wikipedia contributors, *Tomographic reconstruction — Wikipedia, the free encyclopedia*, 2024.
- [4] W. Jiang, Y. Chalich and M.J. Deen, *Sensors for positron emission tomography applications*, *Sensors (Basel)* **19** (2019) .
- [5] S. Cherry, J. Sorenson and M. Phelps, *Positron emission tomography*, in *Physics in Nuclear Medicine*, vol. 31, p. 523, Saunders (2003), DOI.
- [6] D.R. Schaart, *Physics and technology of time-of-flight pet detectors*, *Physics in Medicine & Biology* **66** (2021) 09TR01.
- [7] C.L. Melcher, *Scintillation crystals for PET*, *Journal of Nuclear Medicine* **41** (2000) 1051.
- [8] P. Lecoq, E. Auffray, S. Gundacker, H. Hillemanns, P. Jarron, A. Knapitsch et al., *Progress on photonic crystals*, in *IEEE Nuclear Science Symposium & Medical Imaging Conference*, pp. 1970–1975, 2010, DOI.
- [9] S. Sajedi, L. Bläckberg, S. Majewski and H. Sabet, *Limited-angle tof-pet for intraoperative surgical applications: proof of concept and first experimental data*, *Journal of Instrumentation* **17** (2022) T01002.
- [10] A. Sanaat, M. Amini, H. Arabi and H. Zaidi, *The quest for multifunctional and dedicated PET instrumentation with irregular geometries*, *Annals of Nuclear Medicine* **38** (2024) 31.
- [11] R.J. Mathar, *Solid angle of a rectangular plate*, *viXra* (2020) .
- [12] G. Razdevšek, R. Dolenec, P. Križan, S. Majewski, A. Studen, S. Korpar et al., *Multipanel limited angle pet system with 50 ps fwhm coincidence time resolution: A simulation study*, *IEEE Transactions on Radiation and Plasma Medical Sciences* **6** (2022) 721.
- [13] P. Gravel, Y. Li and S. Matej, *Effects of TOF resolution models on edge artifacts in PET reconstruction from Limited-Angle data*, *IEEE Trans Radiat Plasma Med Sci* **4** (2020) 603.

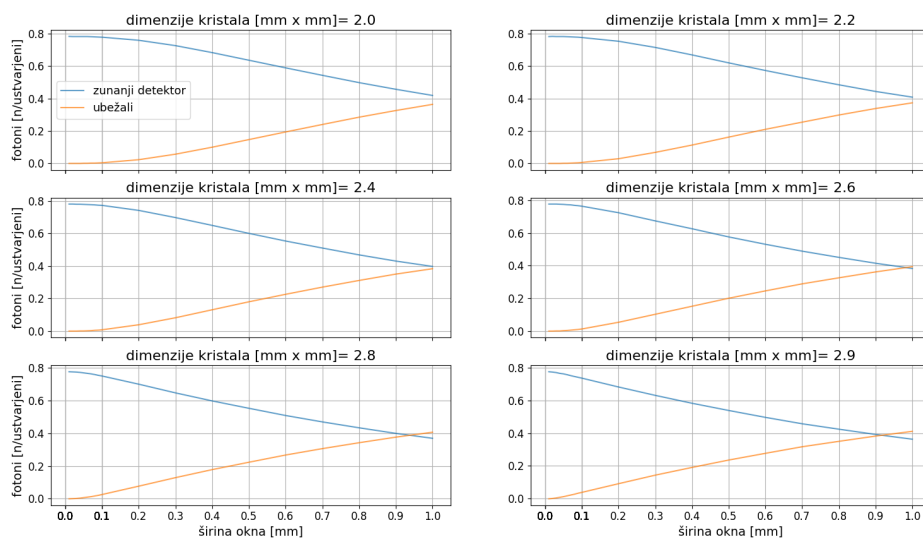
- [14] I. Mohammadi, I.F.C. Castro, P.M.M. Correia, A.L.M. Silva and J.F.C.A. Veloso, *Minimization of parallax error in positron emission tomography using depth of interaction capable detectors: methods and apparatus*, *Biomedical Physics & Engineering Express* **5** (2019) 062001.
- [15] M. Ito, S. Hong and J.S. Lee, *Positron emission tomography (pet) detectors with depth-of- interaction (doi) capability*, *Biomedical Engineering Letters* **1** (2011) 70.
- [16] S.E. Derenzo, “The final frontier in pet sensitivity: Time-of-flight.” Presentation at UC Davis, Lawrence Berkeley National Laboratory, February, 2016.
- [17] K. Weindel, V. Nadig, K. Herweg, V. Schulz and S. Gundacker, *A time-based double-sided readout concept of 100 mm lyso:ce,ca fibres for future axial tof-pet*, *EJNMMI Physics* **10** (2023) 43.
- [18] S. Ren, Y. Yang and S.R. Cherry, *Effects of reflector and crystal surface on the performance of a depth-encoding PET detector with dual-ended readout*, *Med Phys* **41** (2014) 072503.
- [19] Y. Yang, P.A. Dokhale, R.W. Silverman, K.S. Shah, M.A. McClish, R. Farrell et al., *Depth of interaction resolution measurements for a high resolution PET detector using position sensitive avalanche photodiodes*, *Phys Med Biol* **51** (2006) 2131.
- [20] S.E. Derenzo, W.-S. Choong and W.W. Moses, *Monte carlo calculations of PET coincidence timing: single and double-ended readout*, *Phys Med Biol* **60** (2015) 7309.
- [21] H. Wang, J. Xie, J. Qi, S.R. Cherry and J. Du, *Dual-ended readout tof-doi pet detectors based on 3.2 mm and 1.6 mm pitch lyso arrays*, *EJNMMI Physics* **12** (2025) 51.
- [22] S.E. Derenzo, *Monte carlo simulations of time-of-flight PET with double-ended readout: calibration, coincidence resolving times and statistical lower bounds*, *Phys Med Biol* **62** (2017) 3828.
- [23] S. Jan, G. Santin, D. Strul, S. Staelens, K. Assié, D. Autret et al., *GATE: a simulation toolkit for PET and SPECT*, *Phys Med Biol* **49** (2004) 4543.
- [24] S. Agostinelli, J. Allison, K. Amako, J. Apostolakis, H. Araujo, P. Arce et al., *Geant4—a simulation toolkit*, *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment* **506** (2003) 250.
- [25] ROOT Development Team, “ROOT: Data analysis framework.” <https://root.cern.ch>, 2025.
- [26] E. Roncali, M. Stockhoff and S.R. Cherry, *An integrated model of scintillator-reflector properties for advanced simulations of optical transport*, *Phys Med Biol* **62** (2017) 4811.

-
- [27] A. Gola, F. Acerbi, M. Capasso, M. Marcante, A. Mazzi, G. Paternoster et al., *NUV-Sensitive silicon photomultiplier technologies developed at fondazione bruno kessler*, *Sensors (Basel)* **19** (2019) .
- [28] S. Gómez, J.M. Fernández-Tenllado Arribas, J. Alozy, M. Campbell, R. Manera, J. Mauricio et al., *Fastic: A highly configurable asic for fast timing applications*, in *Conference: 2021 IEEE Nuclear Science Symposium and Medical Imaging Conference*, pp. 1–4, 10, 2021, DOI.
- [29] Broadcom, *Afbr-s4 sipm family silicon photomultipliers product brief*, 2023.
- [30] S. Gundacker, R. Martinez Turtos, N. Kratochwil, R.H. Pots, M. Paganoni, P. Lecoq et al., *Experimental time resolution limits of modern sipms and tof-pet detectors exploring different scintillators and cherenkov emission*, *Physics in Medicine & Biology* **65** (2020) 025001.
- [31] N. Efthimiou, K. Thielemans, E. Emond, C. Cawthorne, S.J. Archibald and C. Tsoumpas, *Use of non-gaussian time-of-flight kernels for image reconstruction of monte carlo simulated data of ultra-fast pet scanners*, *EJNMMI Physics* **7** (2020) 42.

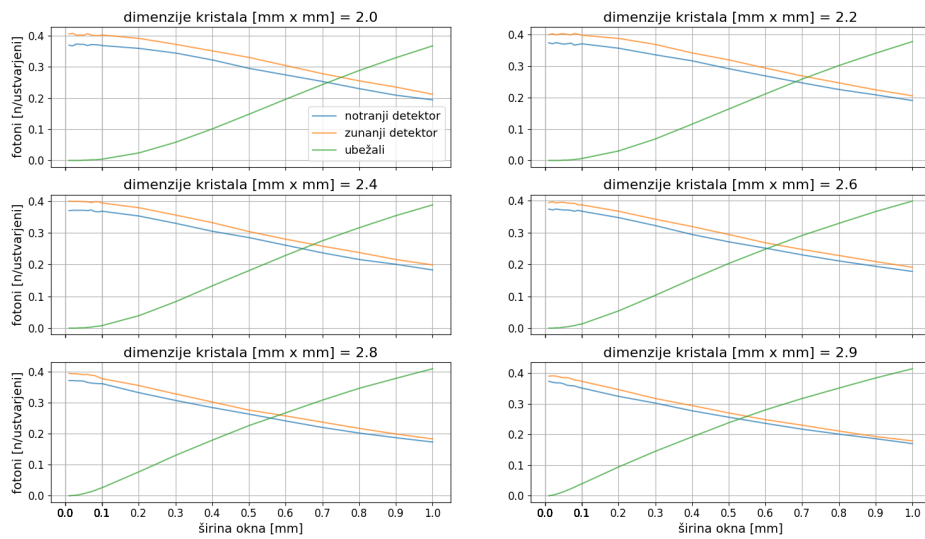
Dodatek A

Primerjave dimenzij kristala in debeline okna

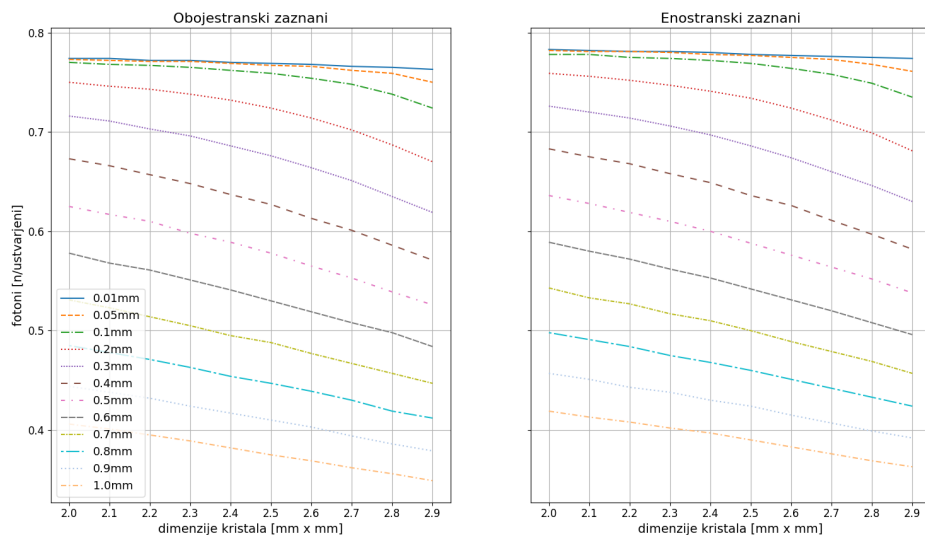
Za glavno analizo v magistrskem delu smo uporabili izbrane dimenzije kristalov in debelina okna. Ker spremembe teh parametrov vplivajo na učinkovitost detekcije, je v dodatku dopolnilna analiza možnih kombinacij, oziroma primerjalnih grafov. Vsi rezultati so dobljeni s kristalom dolžine 20 mm, spremenljiva pa je prečna dimenzija kristala in širina okna. Kot v glavnem besedilu, se omejimo na dimenzije kristala med 2 mm in 2,8 mm, ter širine okna med 0,01 mm in 1 mm.



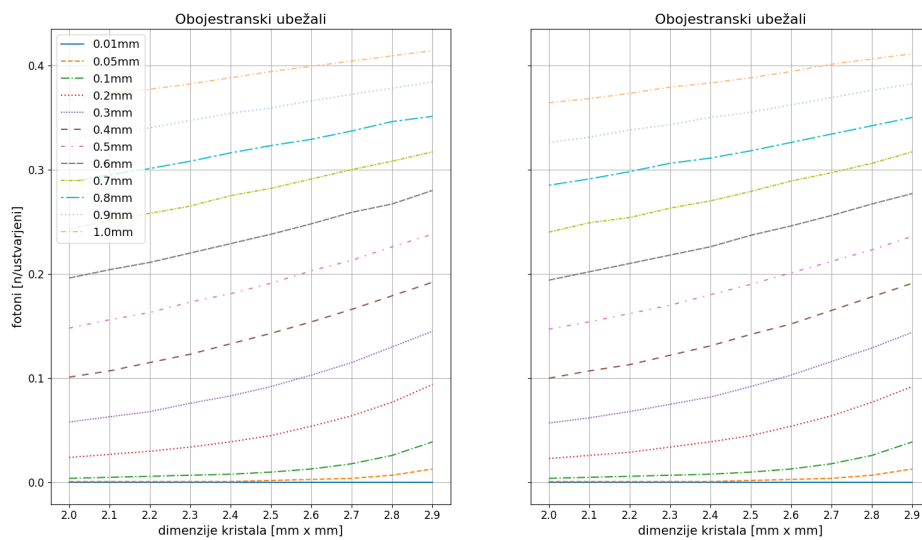
Slika A.1: Predstavitev obnašanja razmerja zaznanih in ubežalih optičnih fotonov pri različnih prečnih dimenzijah kristala v odvisnosti od širine okna za enostransko odčitavanje. Modra krivulja predstavlja delež fotonov, ki so dosegli površino fotodetektorja brez PDE, oranžna krivulja pa predstavlja delež fotonov, ki so zapustili volumen okoli kristala, skozi stranske stranice optičnega okna.



Slika A.2: Predstavitev obnašanja razmerja zaznanih in ubežalih optičnih fotonov pri različnih prečnih dimenzijah kristala v odvisnosti od širine okna za obojestransko odčitavanje. Modra krivulja predstavlja delež fotonov, ki so dosegli površino notranjega fotodetektorja brez PDE, oranžna krivulja predstavlja delež fotonov, ki so dosegli notranji fotodetektor, zelena krivulja pa predstavlja delež fotonov, ki so zapustili volumen okoli kristala, skozi stranske stranice dveh optičnih oken na obeh koncih kristala.



Slika A.3: Primerjava zaznanih optičnih fotonov na detektorjih za obojestransko (levo) in enostransko (desno) odčitavanje pri različnih debelinah okna.

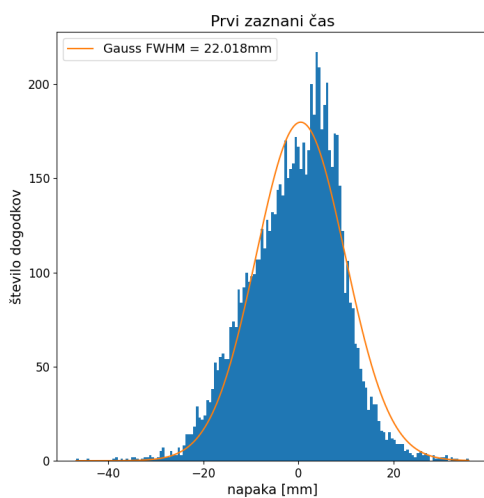


Slika A.4: Primerjava ubežalih optičnih fotonov na detektorjih za obojestransko (levo) in enostransko (desno) odčitavanje pri različnih debelinah okna.

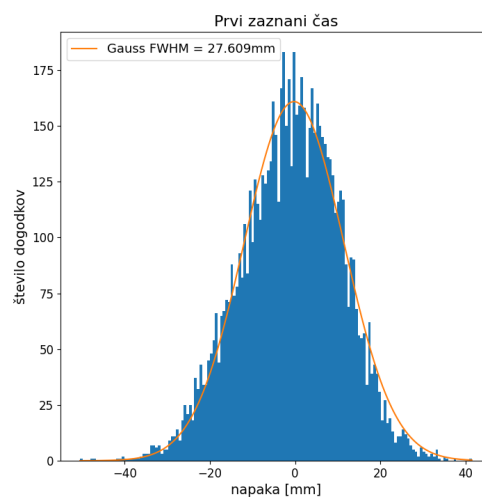
Dodatek B

Celotni rezultati s tanjšim optičnim oknom

V besedilu glavnega dela smo predstavili le ključne in najpomembnejše rezultate pri simulacijah s tanjšim oknom. V dodatku so vsi grafi in histogrami, ki se razlikujejo od osnovnih rezultatov pri debelejšem oknu.

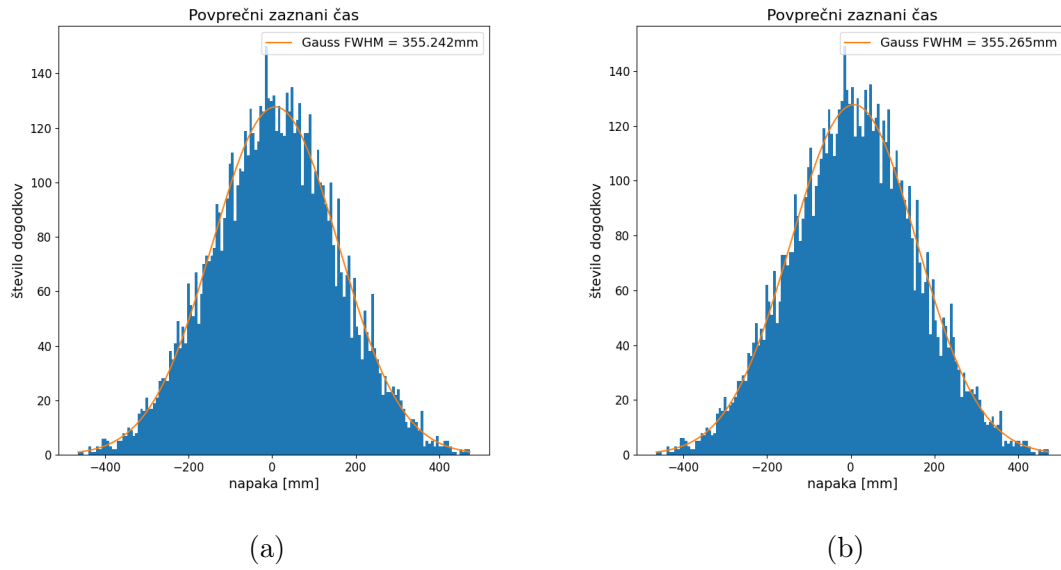


(a)

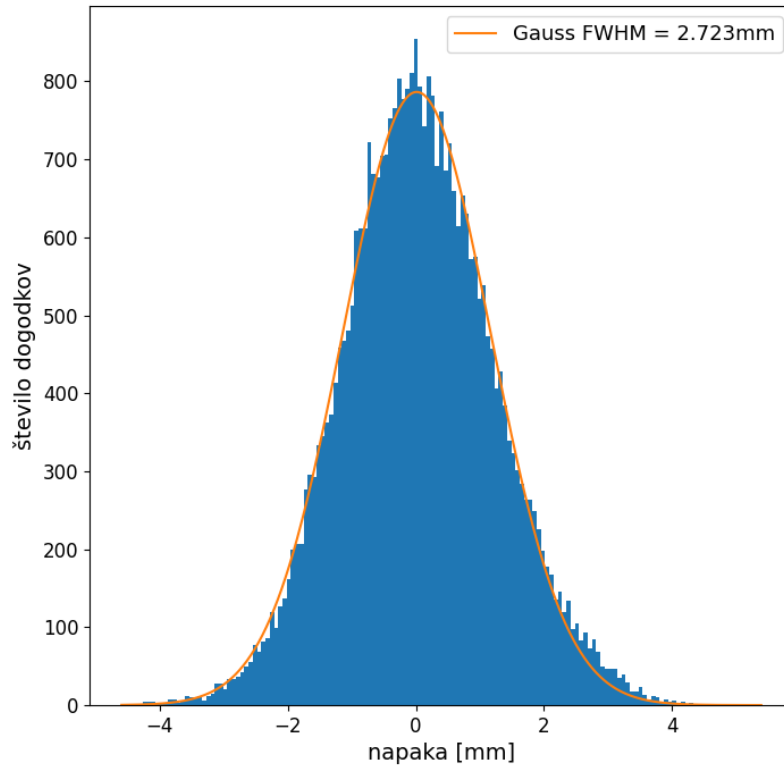


(b)

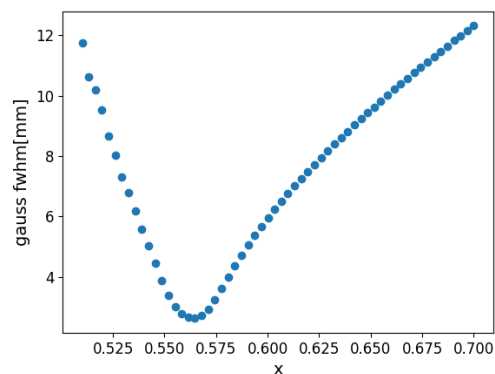
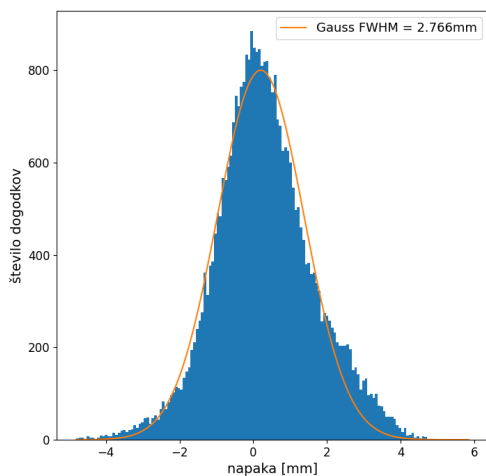
Slika B.1: Izračun DOI iz prvega časa detekcije optičnih fotonov brez (a) in z (b) SPTR fotodetektorjev.



Slika B.2: Izračun DOI iz povprečnega časa detekcije optičnih fotonov brez (a) in z (b) SPTR fotodetektorjev.



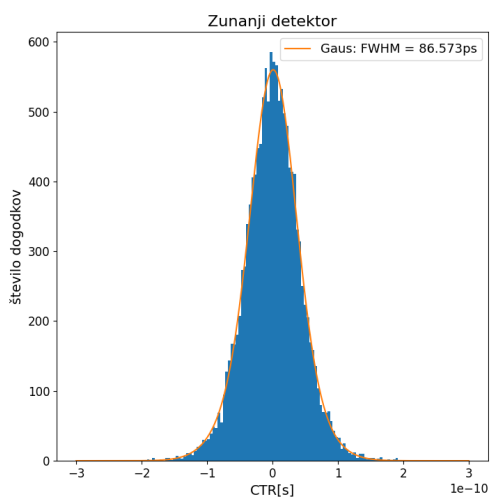
Slika B.3: Izračun DOI iz linearno raztegnjenega razmerja iz originalnih ekstremov 0,44 ~ 0,56 enakomerno med vrednosti 0 in 1.



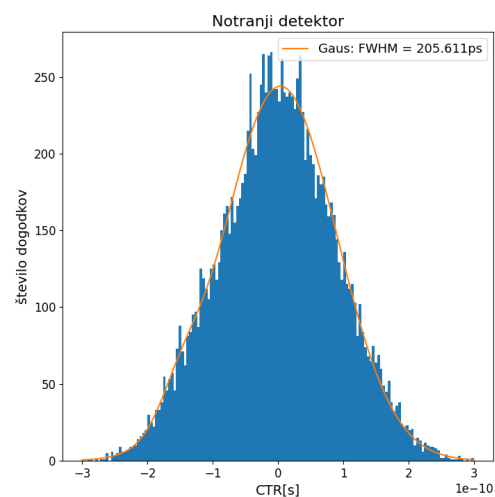
(a) DOI iz funkcije razmerja s prostim parametrom x .

(b) Optimizacija prostega parametra x po vrednostih FWHM.

Slika B.4: Izračun DOI iz funkcije razmerja s prostim parametrom $x = 0,56$ in optimizacija parametra x .

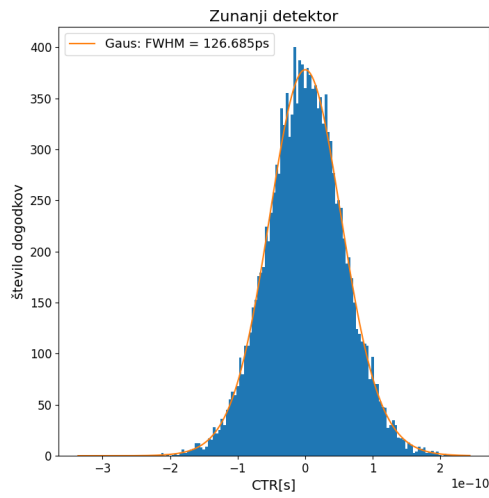


(a)

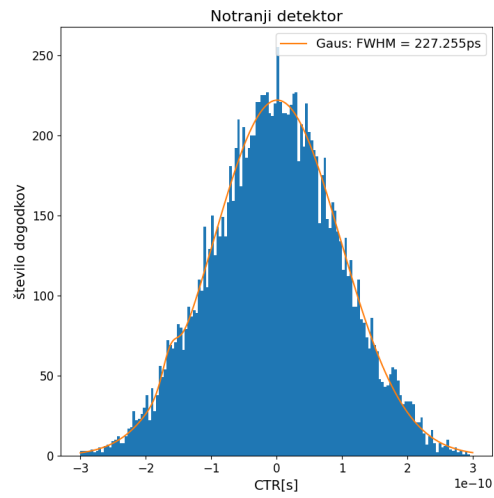


(b)

Slika B.5: CTR izračunan iz časov zaznanih samo na zunanjem (a) in samo na notranjem (b) fotodetektorju.

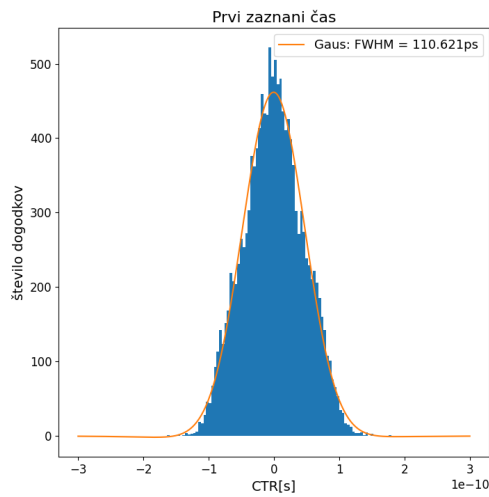


(a)

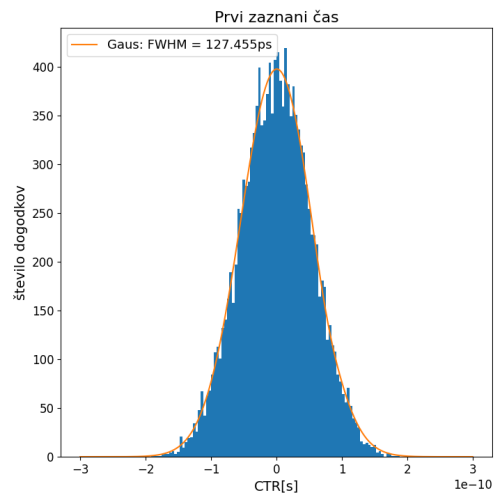


(b)

Slika B.6: CTR izračunan iz časov s SPTR fotodetektorja zaznanih samo na zunanjem (a) in samo na notranjem (b) fotodetektorju.

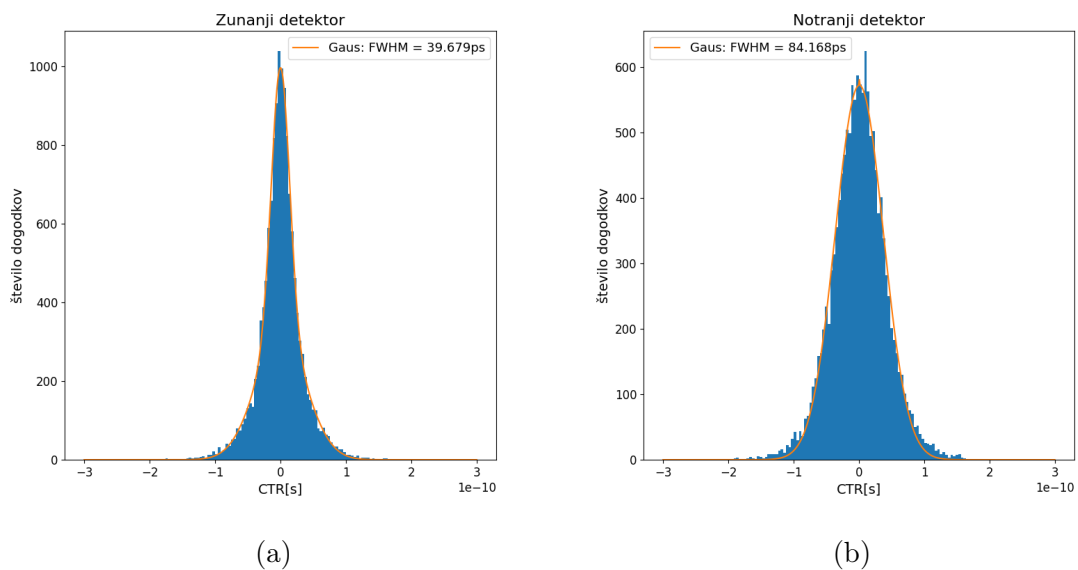


(a)

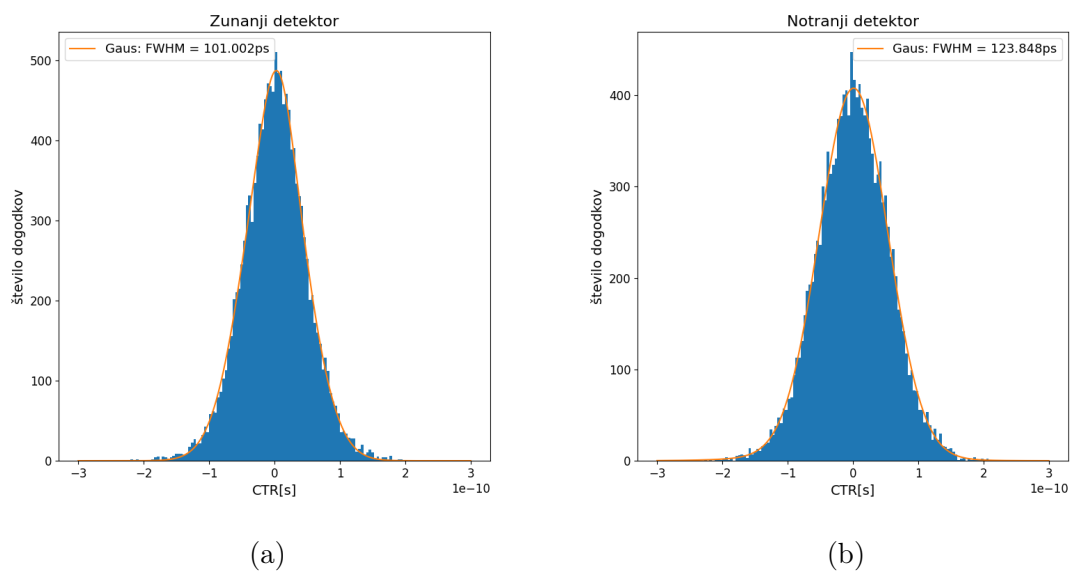


(b)

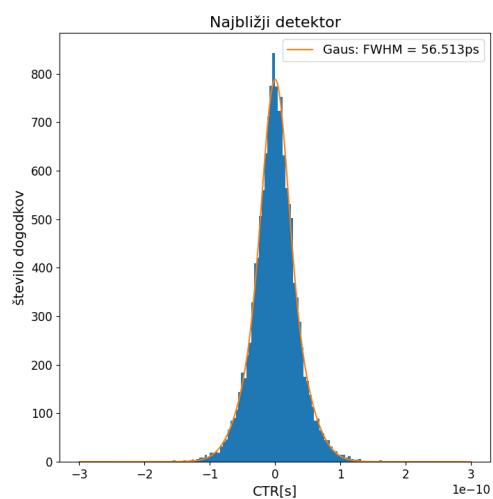
Slika B.7: CTR iz prvega zaznanega časa na kateremkoli fotodetektorju brez (a) in z (b) SPTR fotodetektorjev.



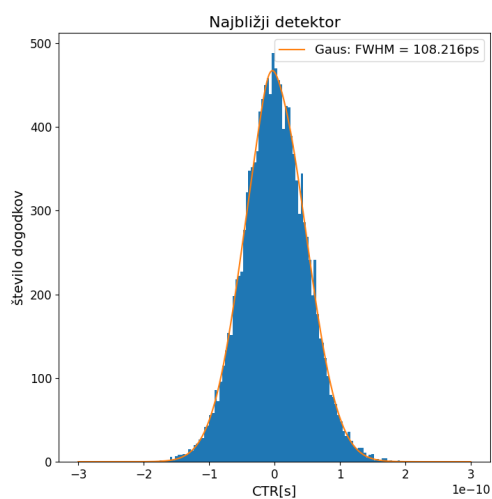
Slika B.8: CTR izračunan iz časov zaznanih samo na zunanjem (a) in samo na notranjem (b) fotodetektorju s popravki DOI.



Slika B.9: CTR izračunan iz časov s SPTR fotodetektorja zaznanih samo na zunanem (a) in samo na notranjem (b) fotodetektorju s popravki DOI.



(a)



(b)

Slika B.10: CTR iz časa na najbližjem fotodetektorju po informaciji DOI brez (a) in z (b) SPTR fotodetektorjev.